Notater 14/2010

Håvard Hungnes

Dokumentasjon av faktoretterspørselssystemet i Kvarts og Modag

Statistisk sentralbyrå • Statistics Norway
Oslo–Kongsvinger

Notater I denne serien publiseres dokumentasjon, metodebeskrivelser, modellbeskrivelser og standarder.

ISBN 978-82-537-7855-6 Trykt versjon
ISBN 978-82-537-7856-3 Elektronisk versjon
ISSN 1891-5906
Emne: 09.90

Trykk: Statistisk sentralbyrå

Standardtegn i tabeller	**Symbol**
Tall kan ikke forekomme	.
Oppgave mangler	..
Oppgave mangler foreløpig	…
Tall kan ikke offentliggjøres	:
Null	-
Mindre enn 0,5 av den brukte enheten	0
Mindre enn 0,05 av den brukte enheten	0,0
Foreløpig tall	*
Brudd i den loddrette serien	—
Brudd i den vannrette serien	|
Desimaltegn	,

Forord

I dette notatet dokumenteres det teoretiske grunnlaget for faktoretterspørsels-systemet i de makroøkonomiske modellene Kvarts og Modag. Videre dokumenteres estimeringen av systemet.

Nærmere beskrivelse av makromodellene Kvarts og Modag finnes på følgende nettsider:

http://www.ssb.no/forskning/modeller/kvarts/

http://www.ssb.no/forskning/modeller/modag/

Sammendrag

I dette notatet dokumenteres faktoretterspørselssystemet i de makroøkonomiske modellene Kvarts og Modag. I første avsnitt presenteres det teoretiske grunnlaget for faktoretterspørselssystemet. Etterspørselen etter de forskjellige innsatsfaktorene avhenger av prisen på innsatsfaktorene. For realkapitalartene er det brukerprisen som uttrykker prisen for å benytte reakapitalarten i en periode. Brukerprisene på de forskjellige realkapitalartene utledes i det andre avsnittet.

Estimeringe av faktoretterspørselssystemet foregår i to trinn. I det første trinnet – som dokumenteres i avsnitt 3 – estimeres sektorspesifikke parametere. Dette er parametere som skala- og substitusjonselastisiteter, samt underliggende teknologisk vekst. I det andre trinnet – som dokumenteres i avsnitt 4 – estimeres etterspørselen etter hver enkelt innsatsfaktor gitt de sektorspesifikke parametrene.

I avsnitt 5 diskuteres det om vi bør ha med skattemessige avskrivningssatser i modellene, og det foreslås en alternativ implementering av renten i brukerprisene. Videre presenteres en mulig løsning for automatisk oppdatering av kostnadsandeler og underliggende vekstrater for fremskrivninger.

Innhold

1. Teoretisk utledning av faktoretterspørsels-systemet

I presentasjonen av den teoretiske modellen vil vi bare se på langsiktsegenskaper. Derfor er avvik fra disse langsiktsegenskapene og bevegelsene tilbake til disse ignorert i dette kapittelet. (Men i den empiriske analysen har vi selvsagt også med denne dynamikken.)

Lineære faktoretterspørselssystemer er ofte modellert ved hjelp av en produksjons-teknologi der faktornøytral teknologisk vekst er den eneste typen teknologisk endring som er tillatt. Men teknologiske endringer treger ikke å være faktor-nøytrale, og ved slike ikke-faktornøytrale teknologiske endringer kan koeffisien-tene i produktfunksjonen endres over tid.

I ikke-lineære faktoretterspørselssystemer kan man også tillate teknologiske endringer. Men i slike systemer er det som regel antatt at de teknologiske endringene følger en deterministisk prosess. Her vil vi imidlertid tillate at disse prosessene er stokastiske.

Her vil vi presentere et faktoretterspørselssystem hvor de fleste parametere kan endres over tid. Bare to parametere er forutsatt å være uendret over tid. Det er substitusjonselastisiteten (σ) og skalaelastisiteten (κ).

Produktfunksjonen vi legger til grunn er en CES-produktfunksjon (der CES står for 'constant elasticity of substitution', dvs. konstant substitusjonselastisitet). Basert på en slik CES-produktfunksjon kan etterspørselen etter innsatsfaktor *i* utledes som for et gitt produksjonsnivå (x). Faktoretterspørselen vil avhenge av prisen på den aktuelle innsatsfaktoren (p_i) i forhold til en indeks for prisen på alle innsats-faktorer (p_A). På logaritmisk form kan etterspørselen etter faktor *i* i næring *j* på tidspunkt *t* ($v_{i,t}^j$) skrives som

$$(1)\quad v_{i,t}^j = \sigma^j \ln \delta_{i,t}^j - \sigma^j\left(p_{i,t}^j - p_{A,t}^j\right) - \frac{1}{\kappa^j}\left(\theta_t^j + \gamma_\theta^j \cdot t\right) + \frac{1}{\kappa^j} x_t^j \,,\ i = 1, ..., n$$

I (1) er $\delta_{1,t}^j, \ldots, \delta_{n,t}^j$ distribusjonsparametere (i næring *j* = 1, ..., *m* på tidspunkt *t*) hvor $\delta_{i,t}^j > 0\ (\forall i, j, t)$, $\sum_i \delta_{i,t}^j = 1\ (\forall i, t)$. (Ved Cobb-Douglas-teknologi, dvs. når $\sigma^j = 1$, uttrykker disse distribusjonsparametrene de optimale kostnadsandelene.) Distribusjonsparametrene er her tidsavhengige. Det er for å kunne fange opp faktor-skjeve ('factor-biased') teknologiske endringer (dvs. teknologiske endringer som ikke er faktornøytrale). En endring i verdiene på disse variablene fanger altså opp at det kan skje endringer i den optimale faktorsammensettingen som ikke forklares med endrede faktorpriser. Vi antar her at distribusjonsparametrene som regel har samme verdi i en periode som de hadde i forrige periode, men at de på enkelte tidspunkter kan skifte i verdi. (Man kan alternativt tenke seg at de følger en stokastisk prosess der forventet verdi i en periode er lik verdien i foregående periode. I så fall må noe av presentasjonen her modifiseres.)

Uttrykket $\theta_t^j + \gamma_\theta^j \cdot t$ representerer utviklingen i det faktornøytrale teknologiske nivået. Her er γ_θ^j den underliggende teknologiske veksten. I tillegg tillater vi at θ_t^j kan skifte fra en periode til den neste, selv om vi antar at den som regel har samme verdi. (Også her kan vi alternativt tenke oss at den følger en stokastisk prosess uten drift.)

Den optimale kostnadsandelen (for faktor i i næring j på tidspunkt t) er gitt ved (se Hungnes, 2010a, Proposition 2.1)

(2)

$$\ln \frac{\exp\left(p_{i,t}^{j} v_{i,t}^{j}\right)}{\sum_{k=1}^{n} \exp\left(p_{k,t}^{j} v_{k,t}^{j}\right)} = \sigma^{j} \ln \delta_{i,t}^{j} + \left(1-\sigma^{j}\right) \sum_{k=1}^{n} \delta_{k,t}^{j} \ln \delta_{k,t}^{j} + \left(1-\sigma^{j}\right)\left(p_{i,t}^{j} - p_{A,t}^{j}\right).$$

Som vi ser er dermed $\delta_{i,t}^{j}$ den optimale kostnadsandelen når $\sigma^{j} = 1$, dvs. ved Cobb-Douglas-teknologi. Videre ser vi at de optimale kostnadsandelene kun er funksjoner av observerbare størrelser hvis distribusjonsparametrene ikke skifter verdi.

Vi skal nå se på hvilken informasjon vi kan utlede om sammenhengene mellom de underliggende vekstratene til de forskjellige innsatsfaktorene og utviklingen i produksjonen. Vi differensierer først relasjon (1), før vi tar forventningen. La Δ være differensoperatoren og E_t uttrykke forventningen i begynnelsen av periode t.

(3) $$E_t\left[\Delta v_{i,t}^{j}\right] = -\frac{\gamma_{\theta}^{j}}{\kappa^{j}} + \frac{1}{\kappa^{j}} E_t\left[\Delta x_t^{j}\right],$$

når vi legger til grunn at $E_t\left[\Delta \ln \delta_{i,t}^{j}\right] = E_t\left[\Delta\left(p_{i,t}^{j} - p_{A,t}^{j}\right)\right] = E_t\left[\Delta \theta_t^{j}\right] = 0$.

Fra (3) ser vi at den underliggende (langsiktige) veksten i innsatsfaktorene er like. Ved fravær av en underliggende teknologisk vekst ($\gamma_{\theta}^{j} = 0$) samt en skalaelastisitet lik 1 ($\kappa^{j} = 1$), er den underliggende veksten i innsatsfaktorbruken lik den underliggende veksten i produksjonen. Det kan derimot være naturlig å anta at den underliggende teknologiske veksten er positiv ($\gamma_{\theta}^{j} \geq 0$) og/eller skalaelastisiteten er større enn 1 ($\kappa^{j} \geq 1$). I så fall vil den underliggende veksten være mindre for innsatsfaktorene enn for produksjonen.

2. Brukerpriser for kapital og nye variabler

Mens prisene på variable innsatsfaktorer er med i Nasjonalregnskapet, er ikke prisene på bruk av realkapital det. Slike priser må derfor konstrueres. I prinsippet kunne man laget forskjellige brukerpriser for hver næring. Vi har isteden valgt å konstruere brukerpriser som er like på tvers av næringene (men ulik for ulike realkapitalarter). Derfor inneholder ikke brukerprisuttrykket nedenfor noen næringsspesifikke variabler. På nivå-form kan brukerprisen defineres som

(4)

$$P_{i,t} = Q_{i,t}\left[r_t\left(1-\tau_t\right) + \rho + \xi_i - \frac{Q_{i,t} - Q_{i,t-1}}{Q_{i,t-1}}\right] \frac{1-\tau_t\left(\frac{s_{i,t}}{s_{i,t} + r_{i,t}\left(1-\tau_t\right) + \rho}\right)}{1-\tau_t}$$

der

- $Q_{i,t}$ er investeringsprisen for kapitalart i (i periode t)
- r_t er renten (nominell)
- τ_t er kapitalskatten (28 prosent fra og med 1992)

- ρ er en risikopremie, satt lik 3,25 prosent pro anno
- ξ_i er depresieringsraten for kapitalart *i*
- $s_{i,t}$ er avskrivningssatsen i periode *t* for kapitalart *i*

Uttrykket $Q_{i,t}[r_t(1-\tau_t)+\rho+\xi_i-(Q_{i,t}-Q_{i,t-1})/Q_{i,t-1}]$ er brukerprisen når vi ser bort fra hvordan investeringer avskrives skattemessig. Hvis hele investeringen ble avskrevet i samme periode investeringene påløp, ville dette uttrykket også beskrevet brukerprisen. Men hele investeringen blir ikke avskrevet umiddelbart, og dette fanges opp i leddet etter hakeparentesen.

Effekten av den skattemessige avskrivningen vil være avhengig av avskrivningssatsene fremover. I uttrykket for effekten av avskrivningsreglene er det antatt at avskrivningssatsen holdes uendret fremover. Dermed er det bare avskrivningssatsen i periode *t* som inngår i uttrykket for brukerprisen.

I uttrykket for brukerprisen (for art *i*) inngår flere variabler; bl.a. investeringsprisen ($Q_{i,t}$), renten (r_t), kapitalskatten (τ_t) og den skattemessige avskrivningssatsen ($s_{i,t}$). De tre først variablene inngår allerede i modellene (Kvarts og Modag) i dag. De skattemessige avskrivningssatsene (for de forskjellige kapitalartene) er derimot foreløpig ikke inkludert i modellene. Disse dataseriene må derfor samles inn om de skal benyttes.

Fra år 2000 benyttes avskrivningssatsene i skattelovens §14-43.

- Avskrivningssatsen for bygg og anlegg kan settes lik Saldogruppe h (se Tabell 1 for beskrivelse), som var 4 prosent i 2002-2007 (8 prosent for bygninger og anlegg med levetid under 20 år). Alternativt kunne Saldogruppe g (som var 5 prosent i 2002-2007) eller Saldogruppe i (som var 2 prosent i 2002-2007) vært benyttet.
- Avskrivningssatsen for transportmidler kan settes lik Saldogruppe c (se Tabell 1), som var 20 prosent i 2002-2007. Alternativt kunne Saldogruppe d (som også var 15 prosent i 2002 og 20 prosent i 2003-2007) vært benyttet.
- Avskrivningssatsen for maskiner kan settes lik Saldogruppe a, som var 30 prosent i 2002-2007. Alternativt kunne Saldogruppe d (som var 15 prosent i 2002 og 20 prosent i 2003-2007) vært benyttet.

Tabell 1. Avskrivningssatser 1992-2008 Saldo for driftsmidler m.v. kan avskrives med inntil følgende satser, jf. skatteloven §14-43 (1). Forhøyet sats (i parentes) gjelder for bygg med så enkel konstruksjon at det må anses å ha en brukstid på ikke over 20 år fra oppføringen, jf. §14-43 (2):

Saldogruppe med beskrivning	1992-1999	2000-2001	2002	2003-2008
) kontormaskiner og lignende …	30	25	30	30
b) ervervet forretningsverdi …..	30	20	20	20
c) vogntog, lastebiler, busser, varebiler, drosjebiler og kjøretøyer for transport av funksjonshemmede ………………………	25	20	20	20
d) personbiler, traktorer, maskiner, redskap, instrumenter, inventar, mv. ……………………	20	15	15	20
e) skip, fartøyer, rigger mv. ……	20	14	14	14
f) fly, helikopter …………………	12	12	12	12
g) anlegg for overføring og distribu-sjon av elektrisk kraft og elektro-teknisk utrustning i kraftforetak ………………………	4(8)	2(6)	5	5
h) bygg og anlegg, hoteller, losjihus, bevertningssteder mv.	4(8)	2(6)	4(8)	4(8)
i) forretningsbygg ………………	1(2)	0(1)	2	2

Kilder: For år 1992-1999; Ot. prop. 1 (2001-2002), Tabell 3.1. For år 2000; Skatteetaten (2001a). For år 2001; Ot. prp. nr. 1 (2001-2002). For år 2002; Skatteetaten (2001b). For år 2003; Skatteetaten (2002). For år 2004; Skatteetaten (2006a). For år 2005; Skatteetaten (2006b). For år 2006; Skatteetaten (2006c). For år 2007: kilde mangler, satser antatt. For 2008: Skatteetaten (2007).

Avskrivningssatser før skattereformen i 1992 kan finnes i Larsen (1992, 1993), Holmøy, Larsen og Vennemo (1993) og Hungnes (2002).
Depresieringsrater for bygninger og anlegg og for maskiner er estimert i Hungnes (2002). For transportmidler er tilsvarende estimeringsrater estimert her. Depresieringsratene er gjengitt i Tabell 2.

Tabell 2. Depresieringsrater

Kapitalart	Depresieringsrate
Bygninger og anlegg	3,5%
Transportmidler	20,0%
Maskiner	12,5%

Kilde: For 'Bygninger og anlegg' og 'Maskiner', se Hungnes (2002). Depresieringsraten for 'Transportmidler' er beregnet på tilsvarende måte.

3. Estimering 1. trinn

Estimeringen skjer i to hovedtrinn. I første (hoved-)trinn må enkelte parametere estimeres (eventuelt bestemmes på annen måte). Disse er substitusjonselastisiteten, kostnadsandeler (distribusjonsparametre), og underliggende vekst i produksjon, innsatsfaktorbruk og total faktorproduktivitet, samt skalaelastisitet. I tillegg må en variabel - prisindeksen for innsatsfaktorbruken - konstrueres ved hjelp av estimert substitusjonselastisitet og kostnadsandeler. Estimeringen (og variabelkonstruksjonen) i hovedtrinn 1 må skje sekvensielt, da estimater (og variabler) fra tidligere i trinnet benyttes senere i trinnet. I hovedtrinn 2, som omtales i neste kapittel, er ikke en slik sekvensiell tilnærming nødvendig.

Substitusjonselastisitet

Det kan være problematisk å estimere substitusjonselastisiteten. For å ikke få skjeve estimater på substitusjonselastisiteten må de relative faktorprisene være svak eksogene, se Richard (1980). Hvis endringer i faktorprisene skjer som følge av teknologiendringer som leder til endret faktoretterspørsel, vil estimatene for substitusjonselastisiteten bli skjeve (nedover). I Hungnes (2010a) estimeres substitusjonselastisiteten til å ligge i området fra 0,05 til 0,075.

Hvis man mener at kravet til svak eksogenitet er oppfylt, kan substitusjonselastisiteten estimeres. Dette er gjort i Hungnes (2010a), og opplegget som er benyttet der dokumenteres nærmere i Vedlegg B. Hvis man derimot mener at kravet til svak eksogenitet ikke er oppfylt, bør substitusjonselastisiteten settes a priori.

Estimering av kostnadsandeler (distribusjonsparametre)

Vi tillater her at distribusjonsparametrene (som uttrykker de optimale kostnadsandelene ved Cobb-Douglas-teknologi) og parametren for teknologinivå endres over tid. Samtidig trenger vi estimater på disse parametrene. For at modellen skal bli best mulig til fremskrivninger, er det viktig at både kostnadsandelene og teknologinivået vi benytter i fremskrivningene er mest mulig lik kostnadsandelene i slutten av estimeringsperioden. Samtidig bør dette ikke medføre problemer for muligheten til å gjennomføre kontrafaktiske beregninger, da andre verdier for disse parametrene vil være fanget opp i restleddene (hvis de ikke er direkte fanget opp i impuls- og step-dummier).

Estimeringen av kostnadsandelene er dermed gjort ved å benytte geometrisk avtagende vekter slik at siste observasjon tillegges stor vekt:

$$(5) \qquad \tilde{\delta}_i^{\,j} = \left[\prod_{h=0}^{H-1} \left(\frac{P^j_{i,T-h} V^j_{i,'Y-h}}{\sum_k P^j_{k,T-h} V^j_{k,'Y-h}} \right)^{\omega(1-\omega)^h} \right]^{\frac{1}{1-(1-\omega)^H}} \quad \text{når } \breve{\sigma}^j = 1$$

I uttrykket for estimatoren inngår to parametere som vi må velge verdien på. Parameteren H sier hvor mange observasjoner av kostnadsandelen vi benytter. (Her kan det ofte være naturlig å velge like mange som datasampelet, dvs. $H = T$.) Parameteren ω sier noe om hvor stor vekt som legges på de siste observasjonene. En høy verdi på ω innebærer at de siste observasjonene av kostnadsandelen får høy vekt. Hvis man f.eks. velger $\omega = 0{,}5$ innebærer det at siste observasjon får en vekt på 0,5 hvis H er stor. (Ved liten H vil vekten justeres opp med faktoren $1 \big/ \left[1-(1-\omega)^H\right]$ slik at vektene alltid summerer seg til 1).

Indeks for gjennomsnittlig innsatsfaktorpris

Når skalaelastisiteten og kostnadsandelene er bestemt, kan en indeks for gjennomsnittlig pris på innsatsfaktorer konstrueres. Denne uttrykker hva en gjennomsnittlig innsatsfaktor koster på tidspunkt *t* i næring *j*, og er beregnet som et gjennomsnitt over de forskjellige innsatsfaktorene som benyttes i denne næringer med vekter som reflektere hvor viktige disse er i denne næringene.Ved Cobb-Douglas-teknologi blir denne

(6a) $$\tilde{p}^j_{A,t} = \sum_i \tilde{\delta}^j_i \, p^j_{k,t} \qquad (\text{når } \breve{\sigma}^j = 1).$$

Generelt, for substitusjonelastisitet $\breve{\sigma}^j > 0$ ($\breve{\sigma}^j \neq 1$), kan indeksen konstrueres som

(6b) $$\tilde{p}^j_{A,t} = \sum_i \tilde{\delta}^j_i \cdot \ln(\tilde{\delta}^j_i) + \frac{\ln\left(\sum_{i=1}^n (\tilde{\delta}^j_i)^{\breve{\sigma}} \left(P^j_{i,t}\right)^{1-\breve{\sigma}}\right)}{1-\breve{\sigma}},$$

der uttrykket i (6a) er grensetilfellet når $\breve{\sigma}^j \to 1$, se Hungnes (2010a) Appendix A. Alternativt kan (6a) også benyttes her som en approksimasjon (jf. Stone prisindeks).

Estimering av underliggende vekst i innsatsfaktorbruk, produksjon og total faktorproduktivitet, samt skalaelastisitet

Vi trenger også estimater for den gjennomsnittlige veksten i innsatsfaktorbruk, produksjon og total faktorproduktivitet, samt skalaelastisitet.

Estimatene kan vi finne ved å estimere et nokså komplisert system (7)

(7)

$$\begin{pmatrix} \Delta v_{1,t}^j \\ \vdots \\ \Delta v_{n,t}^j \\ \Delta x_t^j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \gamma_1^j \\ \vdots \\ \gamma_n^j \\ \gamma_x^j \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11}^j & \cdots & \alpha_{1n}^j \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}^j & \cdots & \alpha_{nn}^j \\ \alpha_{n+1,1}^j & \cdots & \alpha_{n+1,n}^j \end{pmatrix} \underbrace{\left[I_n \;\middle|\; \begin{pmatrix} \beta_{1,n+1}^j & \beta_{1,n+2}^j & \mu_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{n,n+1}^j & \beta_{n,n+2}^j & \mu_n \end{pmatrix} \right]}_{(\beta^j)'} \begin{pmatrix} v_{1,t-1}^j + \breve{\sigma}\left(p_{1,t-1}^j - \tilde{p}_{A,t-1}^j\right) - \breve{\sigma} \ln \tilde{\delta}_1^j \\ \vdots \\ v_{n,t-1}^j + \breve{\sigma}\left(p_{n,t-1}^j - \tilde{p}_{A,t-1}^j\right) - \breve{\sigma} \ln \tilde{\delta}_n^j \\ x_{t-1} \\ t-1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$+ seasonals + \begin{pmatrix} e_{1,t}^j \\ \vdots \\ e_{n,t}^j \\ e_{n+1,t}^j \end{pmatrix}$$

gitt at følgende restriksjoner mellom vekstratene holder

$$\text{(8)} \qquad \left[I_n \;\middle|\; \begin{pmatrix} \beta_{1,n+1}^j \\ \vdots \\ \beta_{n,n+1}^j \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \gamma_1^j \\ \vdots \\ \gamma_n^j \\ \gamma_x^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{1,n+2}^j \\ \vdots \\ \beta_{n,n+2}^j \end{pmatrix}.$$

Vi pålegger først at de først $n \times n$ elementene i $(\beta^j)'$ er lik enhetsmatrisen. Dette innebærer kun identifiserende restriksjoner. I tillegg pålegger vi restriksjonene som følger fra kostnadsandelene (disse er overidentifiserende):

- $\mu_i^j = \mu_k^j$ for $i, k = 1, \ldots, n$.

Deretter pålegges to sett med overidentifiserende restriksjoner. Disse pålegges samlet:

- Restriksjonene $\beta_{1,n+1}^j = \ldots = \beta_{n,n+1}^j$ gjør at vi får et estimat på skalaelastisiteten jf. relasjon (1); $\tilde{\kappa}^j = 1 \big/ \tilde{\beta}_{i,n+1}^j$ for $i = 1, \ldots, n$.

- Restriksjonene $\beta_{1,n+2}^j = \ldots = \beta_{n,n+2}^j$ i tillegg til overnevnte, gjør at vi får et estimat på den underliggende teknologiske veksten jf. relasjon (1); $\tilde{\gamma}_\theta^j = \tilde{\beta}_{i,n+2}^j \big/ \tilde{\beta}_{i,n+1}^j$ for $i = 1, \ldots, n$.

Restriksjonene i (8) innebærer - sammen med kulepunktene over - at vekstratene for innsatsfaktorene er like, dvs. $\gamma_1^j = \ldots = \gamma_n^j$. Estimatene til denne gir altså den underliggende vekstraten til innsatsfaktorene, som vi skriver $\tilde{\gamma}_v^j$. I tillegg får vi et estimat på den underliggende vekstraten for produksjonen ved parameteren γ_x^j, der estimatet gis ved $\tilde{\gamma}_x^j$.

Systemet i (7) med bibetingelsen (8) kan estimeres i GRaM, se Hungnes (2006) og Hungnes (2010b). En alternativ metode å estimere parametrene på er gitt i Vedlegg C.

Estimering av teknologinivå
Estimatoren for teknologinivået estimeres på tilsvarende måte som kostnadsandelene, det vil si ved geometrisk avtagende vekter der altså de siste observasjonene tillegges høyest vekt. Estimatoren er gitt ved
(9)

$$\tilde{\theta}^j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\omega}{1-(1-\omega)^H}\sum_{h=0}^{H-1}(1-\omega)^h\left(\tilde{\kappa}^j\left[v_{i,T-h}^j+\breve{\sigma}^j\left(p_{i,T-h}^j-\tilde{p}_{A,T-h}^j\right)-\ln\tilde{\delta}_i^j\right]-x_{i,T-h}^j-\tilde{\gamma}_\theta\cdot t\right)\right]$$
,

der ω og H har samme betydning som for kostnadsandelene.

4. Estimering 2. trinn

I trinn 2 estimeres korttidsdynamikken. I dette trinnet estimerer vi hver innsatsfaktor for seg. Vi konstruerer variablene på differenseform (vekstform) som avvik fra sin underliggende vekst. Tilsvarende konstrueres langsiktsløsningen som avvik fra langsiktig likevektsnivå. Dette innebærer at alle størrelser i hakeparentes i (10) har en ubetinget forventning lik null.

(10)

$$\begin{aligned}\left[\Delta v_{i,t}^j-\tilde{\gamma}_v^j\right] &= \sum_{k=1}^{l}a_{0ik}\left[\Delta v_{i,t-k}^j-\tilde{\gamma}_v^j\right]\\
&+\sum_{k=0}^{l}a_{1ik}\left[\Delta x_{t-k}^j-\tilde{\gamma}_x^j\right]\\
&+\sum_{k=0}^{l}a_{1ik}\left[\Delta p_{i,t-k}^j-\Delta\tilde{p}_{A,t-k}^j\right]\\
&+\beta\left[v_{i,t-1}^j+\breve{\sigma}^j\left(p_{i,t-1}^j-\tilde{p}_{A,t-1}^j\right)-\frac{1}{\tilde{\kappa}^j}x_{t-1}^j-\frac{\tilde{\gamma}_\theta^j}{\tilde{\kappa}^j}\cdot t+\left(\breve{\sigma}^j\ln\tilde{\delta}_{i,t}^j-\tilde{\theta}^j\right)\right]\\
&+seasonals\\
&+u_t\end{aligned}$$

Det er uttrykkene i hakeparentes vi benytter i estimeringen av korttidsdynamikken for tilpasningen av hver av innsatsfaktorene. Det kan være verdt å merke seg følgende:

- Det er ingen konstantledd i relasjonen. Isteden har vi justert vekstvariablene for underliggende vekst og langsiktssammenhengen for sitt langsiktige likevektsnivå. Dette innebærer en restriksjon på konstantleddene, og sikrer oss to ting: For det første at den underliggende veksten for de forskjellige innsatsfaktorer er like gitt at det ikke skjer noen endring i de relative faktorprisene. For det andre at de estimerte kostnadsandelene faktisk fungerer som kostnadsandeler også i prognoser.

- Relasjonen (10) kan også inneholde impulsdummyer. Disse fanger opp midlertidige avvik i kortsiktssammenhengene.

- Relasjon (10) kan også inneholde step-dummyer, men disse må være konstruert slik at de er null i slutten av estimeringsperioden (dvs. at de er på formen $(1,\ldots,1,0,\ldots 0)$ og ikke omvendt). Dette fordi vi har estimert nivåparametrene (i trinn 1) til å treffe sluttpunktet godt, og en step-dummy vil da endre tolkningen av disse parametrene hvis step-dummyen fungerer som et konstantledd i slutten av estimeringsperioden. Step-dummyene fanger dermed opp skift i distribusjonsparametrene.

Systemet i relasjon (10) estimeres med PcGets (se Hendry og Krolzig, 2001) eller Autometrics i PcGive (se Doornik og Hendry, 2007). Det vil gjøre at vi ender opp med en estimert relasjon der variabler som ikke betyr noe for tilpasningen er tatt ut. Dermed får vi en mer parameter-fattig representasjon av kortsiktsdynamikken enn det generelle utgangspunktet i relasjon (10).

5. Diskusjon og konklusjon

I dette dokumentet har jeg gått igjennom hvordan faktoretterspørselen i Kvarts og Modag er estimert. I forbindelse med opplegget er det noen spørsmål man må ta stilling til:

- Skal vi ha med avskrivningssatser? Det kan innebære en del arbeid å ha disse dataseriene med.
- Har renteendringer for stor effekt? Man kan skifte ut pengemarkedsrenten med en lengre rentesats. Alternativt kan man benytte en brukerpris der også gjennomsnittsnivået på realrente etter skatt (der investeringsprisveksten benyttes) tillegges vekt på bekostning av faktisk nivå, f.eks.

$$p_{i,t} = q_{it} + \vartheta \log\left[r_t(1-\tau_t) + \rho + \xi_i - \frac{\Delta Q_{i,t}}{Q_{i,t-1}} \right] + (1-\vartheta)\log\overline{\left[r(1-\tau_t) + \rho + \xi_i - \frac{\Delta Q_i}{Q_i} \right]}$$

, der streken over siste hakeparentes indikerer at vi tar det historiske gjennomsnittet. (Vi har i tillegg sett bort fra effektene fra avskrivningsreglene.)

- Skal man utvide opplegget slik at distribusjonsparametrene og teknologinivået automatisk oppdateres ved ny informasjon? Slik opplegget er beskrevet ovenfor estimeres δ-ene og θ i ett trinn og deretter benyttes disse estimatene i de endelige relasjonene. Et alternativ er å inkludere estimatorene, gitt i (5) og (9) direkte i modellene. Det vil i så fall innebære at estimatene på distribusjons-parametrene og teknologinivået automatisk oppdateres ved nye og/eller reviderte data. Ulempen er at man må inkludere mange flere relasjoner i modellene; en for hver distribusjonsfaktor (dog en av disse kan erstattes med oppsummeringsbetingelsen (om at summen av dem skal være 1 innenfor hver næring)) og en for teknologinivået.

Referanser

Doornik, J. og D. f. Hendry (2007). Empirical Econometric Modelling. PcGive 12: Volume 1. London: Timberlake Consultants Press.

Hendry, D. F. og H. M. Krolzig (2001). Automatic Econometric Modell Selection using PcGets. London: Timberlake Consultants Press.

Holmøy, E, B. Larsen og T. Vennemo (1993). Historiske brukerpriser på realkapital. Rapporter 93/9, Statistisk sentralbyrå.

Hungnes, H. (2002). Private Investments in Norway and the User Cost of Capital. Documents 2002/13, Statistisk sentralbyrå.

Hungnes, H. (2006). Identifying the Deterministic Components in Cointegrated VAR Models using GRaM for Ox Professional - User Manual and Documentation. http://www.hungnes.net/GRaM

Hungnes, H. (2010a). A Demand System for Input Factors when there are Techological Changes in Production. Kommer i *Empirical Economics*, DOI: 10.1007/s00181-010-0346-y.

Hungnes, H. (2010b). Identifying Structural Breaks in Cointegrated Vector Autoregressive Models. Kommer i Oxford Bulletin of Economics and Statistics, DOI: 10.1111/j.1468-0084.2010.00586.x

Larsen, B. M. (1992). Vekst, produktivitet og brukerpriser på realkapital i Norge, perioden 1970 til 1990. Economic thesis, Department of Economics, University of Oslo.

Larsen, B. M. (1993). Vekst og produktivitet i Norge, 1971 - 1990. Rapporter 93/11, Statistisk sentralbyrå.

Richard , J.-F. (1980). Models with several regimes and changes in exogeneity. *Review of Economic Studies* 47, 1-20.

Skatteetaten (2001a). Melding om ligningen for inntektsåret 2000. http://www.skatteetaten.no/Templates/SKDMelding.aspx?id=6973&epslanguage=NO&chapter=6976

Skatteetaten (2001b). Avskrivningssatser. http://www.skatteetaten.no/Templates/TabellerOgSatser.aspx?id=6065&epslanguage=NO

Skatteetaten (2002). Avskrivningssatser. http://www.skatteetaten.no/Templates/TabellerOgSatser.aspx?id=6074&epslanguage=NO

Skatteetaten (2006a). Avskrivningssatser. http://www.skatteetaten.no/Templates/TabellerOgSatser.aspx?id=32012&epslanguage=NO

Skatteetaten (2006b). Avskrivningssatser. http://www.skatteetaten.no/Templates/TabellerOgSatser.aspx?id=32011&epslanguage=NO

Skatteetaten (2006c). Avskrivningssatser. http://www.skatteetaten.no/Templates/TabellerOgSatser.aspx?id=32014&epslanguage=NO

Skatteetaten (2007). Avskrivningssatser. http://www.skatteetaten.no/Templates/TabellerOgSatser.aspx?id=62418&epslanguage=NO

Skatteloven (1999). Lov om skatt av formue og inntekt (skatteloven). [Paragraf §14-43; http://www.lovdata.no/oll/tl-19990326-014-061.html#14-43]

Vedlegg A

5.1. Dokumentasjon av faktoretterspørselsblokken i Modag[1]

Dette avsnittet beskriver etterspørselen etter både variable innsatsfaktorer og realkapital. Ved å se etterspørselen etter alle innsatsfaktorer samlet, kan man i større grad fange opp substitusjonsmuligheter mellom innsatsfaktorene. I tidligere MODAG-versjoner ble etterspørselen etter realkapital bestemt uavhengig av bruken av de variable produksjonsfaktorene arbeidskraft og produktinnsats, se Bowitz og Cappelen (1994), Boug (1999a,b,c) og Boug m.fl. (2002).

Bestemmelsen av etterspørselen etter produksjonsfaktorer har stor betydning for de samlede egenskapene i MODAG. Spesielt har etterspørselen etter arbeidskraft, gjennom virkningene på den funksjonelle inntektsfordelingen, stor betydning for utviklingen i husholdningenes inntekter. Videre bestemmer etterspørselen etter arbeidskraft sammen med arbeidstilbudet nivået på arbeidsledigheten, som er sentral for lønnsdannelsen og utviklingen i konkurranseevnen. De faktorene som bestemmer etterspørselen etter arbeidskraft har også betydning for virkningene av skatte- og avgiftspolitikken. Eksempelvis vil virkninger av endringer i arbeidsgiveravgift avhenge av hvordan etterspørselen etter arbeidskraft påvirkes av endringer i timelønnskostnadene.

Bedriftenes bruttorealinvesteringer, som reflekterer tilpasninger i realkapitalbeholdningen, er en viktig etterspørselskomponent som varierer betydelig over tid. Samtidig innebærer investeringer at realkapitalen endres, noe som er viktig for utviklingen i produksjonskapasiteten.

Oversikt

I MODAG er økonomien delt inn i 21 næringer hvorav 3 er offentlige og de resterende er private. Produksjonen i de ulike næringene er knyttet til de ulike produksjonsaktivitetene, slik disse bestemmes i tråd med varebalansene omtalt i avsnitt 4.2. Tabell 4.5.1 gir en oversikt over nivået på produksjonen i de enkelte næringene (X_j), samt nivået på de forskjellige innsatsfaktorene arbeidskraft (L), elektrisitet (E), fyringsolje (F), transportolje (FT), annen produktinnsats (M), samt realinvesteringer i bygninger og anlegg (JK10), båter (JK30), transportmidler (JK40), maskiner (JK50), samt samlede bruttoinvesteringer i næringen (JKS).

Tabell 4.5.1. Produksjon og innsatsfaktorbruk. Nivåer i 2004

Kode	Næring	*X*	*L*	*E*	*F*	*FT*	*M*	*JK* 10	*JK* 30	*JK* 40	*JK* 50	*JKS*
10a	Jordbruk og skogbruk	31,4	129,4	0,8	0,3	0,5	13,8	2,1	0,0	0,2	3,1	5,3
13	Fiske	10,7	24,1	0,0	0,1	1,2	2,8	0,0	0,6	0,0	0,1	0,7
14	Oppdrett	12,5	5,9	0,1	0,0	0,0	10,0	0,3	0,1	0,0	0,1	0,5
15	Konsumvarer	129,7	84,2	1,2	0,4	0,2	95,7	0,7	0,0	0,2	2,9	3,8
25	Diverse industri	122,0	*394,0*	1,3	0,4	0,4	71,6	0,9	0,0	0,2	4,5	5,6
30	Kraftkrevende industri	100,2	46,5	8,2	0,6	0,1	67,1	1,8	0,0	0,1	4,0	5,8
40	Raffinering	33,0	2,6	0,2	1,7	0,0	28,1	0,3	0,0	0,0	0,0	0,4
45	Verkstedsprodukter	100,7	111,9	0,7	0,1	0,1	60,9	0,3	0,0	0,2	4,0	4,5
50	Skip og oljeplattformer	47,8	50,1	0,2	0,0	0,0	31,7	0,0	0,0	0,0	0,8	0,8
55	Bygg og anlegg	183,5	238,0	0,3	0,2	1,8	111,0	0,3	0,0	1,2	3,2	4,7
63	Bank og forsikring	101,2	76,2	0,5	0,1	0,0	33,9	5,5	0,0	0,7	0,4	6,5
64	Utv. av olje og naturgass	424,2	57,3	0,2	0,0	1,0	61,8	0,0	0,0	0,0	0,0	74,1
65	Utenriks sjøfart	100,1	84,8	0,0	4,3	4,3	64,9	0,0	9,6	0,0	0,4	10,1
71	Kraftforsyning	46,0	18,9	2,8	0,0	0,3	8,5	2,3	0,0	0,1	4,5	6,9
74	Innenlands samferdsel	208,8	233,1	0,7	0,9	12,1	115,1	1,0	0,7	3,0	8,2	12,0
81	Varehandel	230,2	432,7	3,6	1,2	2,9	96,5	2,2	0,0	1,3	11,4	14,9
83	Boligtjenester	106,6	1,7	0,4	0,0	0,0	34,4	70,4	0,0	0,0	0,0	70,4
85	Andre tjenester	481,3	700,0	4,2	0,7	4,7	218,0	21,9	0,6	0,2	13,6	36,6
90K	Kommuneforvaltning	200,9	497,5	3,1	0,7	0,6	47,6	23,1	0,0	0,2	4,2	27,5
91S	Sivil statlig forvaltning	155,7	321,1	1,6	0,2	0,1	52,4	15,5	0,0	0,0	5,4	20,8
92S	Forsvar	30,0	53,3	0,4	0,1	0,3	14,9	0,4	0,0	0,3	1,5	2,3
	I alt	2856,5	3563,4	30,5	12,1	30,7	1240,4	148,9	11,7	7,9	72,2	314,2

Målt i milliarder kroner unntatt for sysselsetting (L) der måleenheten er millioner utførte timeverk.

Tabell 4.5.2 gir tilsvarende en oversikt over hvor stor andel av produksjonen og faktorbruken som inngår i hver av sektorene.

[1] Dette er nåværende dokumentasjon av faktoretterspørselsblokken i Modag (se Boug og Dyvi, 2008, 'MODAG – En makroøkonomsik modell for norks økonomi' Sosiale og økonomiske studier 111) hvor enkelte mindre endringer (både i notasjon og presiseringer) er gjort. Nummereringen av relasjoner, tabeller og figurer følger derfor nummereringen i Modag-dokumentasjonen. Også notasjonene følger Modag-dokumentasjonen, og skiller seg derfor fra notasjonen ellers i notatet her.

Tabell 4.5.2. Produksjon og innsatsfaktorbruk. Prosentandeler i 2004

Kode	Næring	*X*	*L*	*E*	*F*	*FT*	*M*	*JK* 10	*JK* 30	*JK* 40	*JK* 50	*JKS*
10a	Jordbruk og skogbruk	1,1	3,6	2,6	2,2	1,8	1,1	1,4	0,0	2,4	4,3	1,7
13	Fiske	0,4	0,7	0,0	0,5	3,9	0,2	0,0	5,2	0,0	0,2	0,2
14	Oppdrett	0,4	0,2	0,3	0,0	0,1	0,8	0,2	1,0	0,2	0,1	0,2
15	Konsumvarer	4,5	2,4	4,0	3,2	0,8	7,7	0,5	-0,2	2,7	4,0	1,2
25	Diverse industri	4,3	11,1	4,3	3,6	1,4	5,8	0,6	0,0	2,5	6,2	1,8
30	Kraftkrevende industri	3,5	1,3	26,8	5,0	0,2	5,4	1,2	0,0	1,1	5,5	1,9
40	Raffinering	1,2	0,1	0,5	14,3	0,0	2,3	0,2	0,0	0,0	0,1	0,1
45	Verkstedsprodukter	3,5	3,1	2,4	0,8	0,3	4,9	0,2	0,0	1,9	5,6	1,4
50	Skip og oljeplattformer	1,7	1,4	0,7	0,1	0,1	2,6	0,0	0,1	0,2	1,1	0,3
55	Bygg og anlegg	6,4	6,7	0,9	1,4	5,8	9,0	0,2	0,0	15,5	4,4	1,5
63	Bank og forsikring	3,5	2,1	1,8	0,6	0,1	2,7	3,7	0,0	8,8	0,5	2,1
64	Utv. av olje og naturgass	14,9	1,6	0,7	0,1	3,2	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	23,6
65	Utenriks sjøfart	3,5	2,4	0,0	35,7	14,2	5,2	0,0	82,5	0,0	0,6	3,2
71	Kraftforsyning	1,6	0,5	9,3	0,1	0,8	0,7	1,5	0,0	1,5	6,2	2,2
74	Innenlands samferdsel	7,3	6,5	2,3	7,7	39,4	9,3	0,7	6,2	38,3	11,3	3,8
81	Varehandel	8,1	12,1	11,7	9,9	9,5	7,8	1,5	0,0	16,5	15,7	4,7
83	Boligtjenester	3,7	0,0	1,3	0,0	0,0	2,8	47,3	0,0	0,0	0,0	22,4
85	Andre tjenester	16,8	19,6	13,7	6,1	15,2	17,6	14,7	5,0	2,3	18,8	11,6
90K	Kommuneforvaltning	7,0	14,0	10,2	5,8	2,0	3,8	15,5	0,0	3,0	5,8	8,8
91S	Sivil statlig forvaltning	5,5	9,0	5,4	1,8	0,2	4,2	10,4	0,0	-0,5	7,5	6,6
92S	Forsvar	1,0	1,5	1,2	1,1	1,1	1,2	0,3	0,2	3,6	2,1	0,7
		100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabell 4.5.3 gir en oversikt over hvordan etterspørselen etter variable produksjonsfaktorer samt kapitalartene bygninger og anlegg (*K*10), båter (*K*30), transportmidler (*K*40) og maskiner (*K*50) bestemmes for de enkelte næringene i modellen.

Tabell 4.5.3. Bestemmelsen av etterspørsel etter innsatsfaktorer

Kode	Næring	*L*	*E*	*F*	*FT*	*M*	*K* 10	*K* 30	*K* 40	*K* 50
10a	Jordbruk og skogbruk	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
13	Fiske	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	0	(X)	0	(X)
14	Oppdrett	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(X)	(X)	(X)	(X)
15	Konsumvarer	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
25	Diverse industri	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
30	Kraftkrevende industri	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
40	Raffinering	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
45	Verkstedsprodukter	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
50	Skip og oljeplattformer	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	(X)	(X)	(X)	(X)
55	Bygg og anlegg	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
63	Bank og forsikring	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
64	Utv. av olje og naturgass	X	(F)	(F)	(F)	X	0	0	0	0
65	Utenriks sjøfart	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	X	X	0	X
71	Kraftforsyning	(F)	(F)	(F)	(F)	(F)	X	0	X	X
74	Innenlands samferdsel	E	E	E	(E)	E	E	(X)	E	E
81	Varehandel	E	E	E	(E)	E	E	0	E	E
83	Boligtjenester	(X)	X	X	0	(F)	E*	0	0	0
85	Andre tjenester	E	E	E	(E)	E	E	(X)	E	E
90K	Kommuneforvaltning	X	F	F	F	X	X	X	X	X
91S	Sivil statlig forvaltning	X	F	F	F	X	X	X	X	X
92S	Forsvar	X	F	F	F	X	X	X	X	X

E: Endogen; F: bestemt av eksogene fabrikasjonskoeffisienter som andel av produksjonen (med unntak av 90K, 91S og 92S, der fabrikasjonskoeffisientene angir andel i forhold til H=E+F+FT+M); E*: endogen (se avsnitt 5.5); X: eksogen; 0: størrelsen er (tilnærmet) lik null. (E), (F) og (X) innebærer at disse variablene i ny versjon av MODAG vil bli henholdsvis endogent bestemt, bestemt via fabrikasjonskoeffisienter eller bestemt eksogent.

Figur 4.5.1 gir en enkel illustrasjon på bestemmelsen av etterspørsel etter variable innsatsfaktorer i Modag. Det er tre variabler som påvirker faktoretterspørselen. Disse er produksjonen, relative faktorpriser og tiden. Tiden er med for å uttrykke utviklingen i den totale faktorproduktiviteten. Produksjonen og faktorprisene er eksogene i denne delblokken, men endogene i modellen.

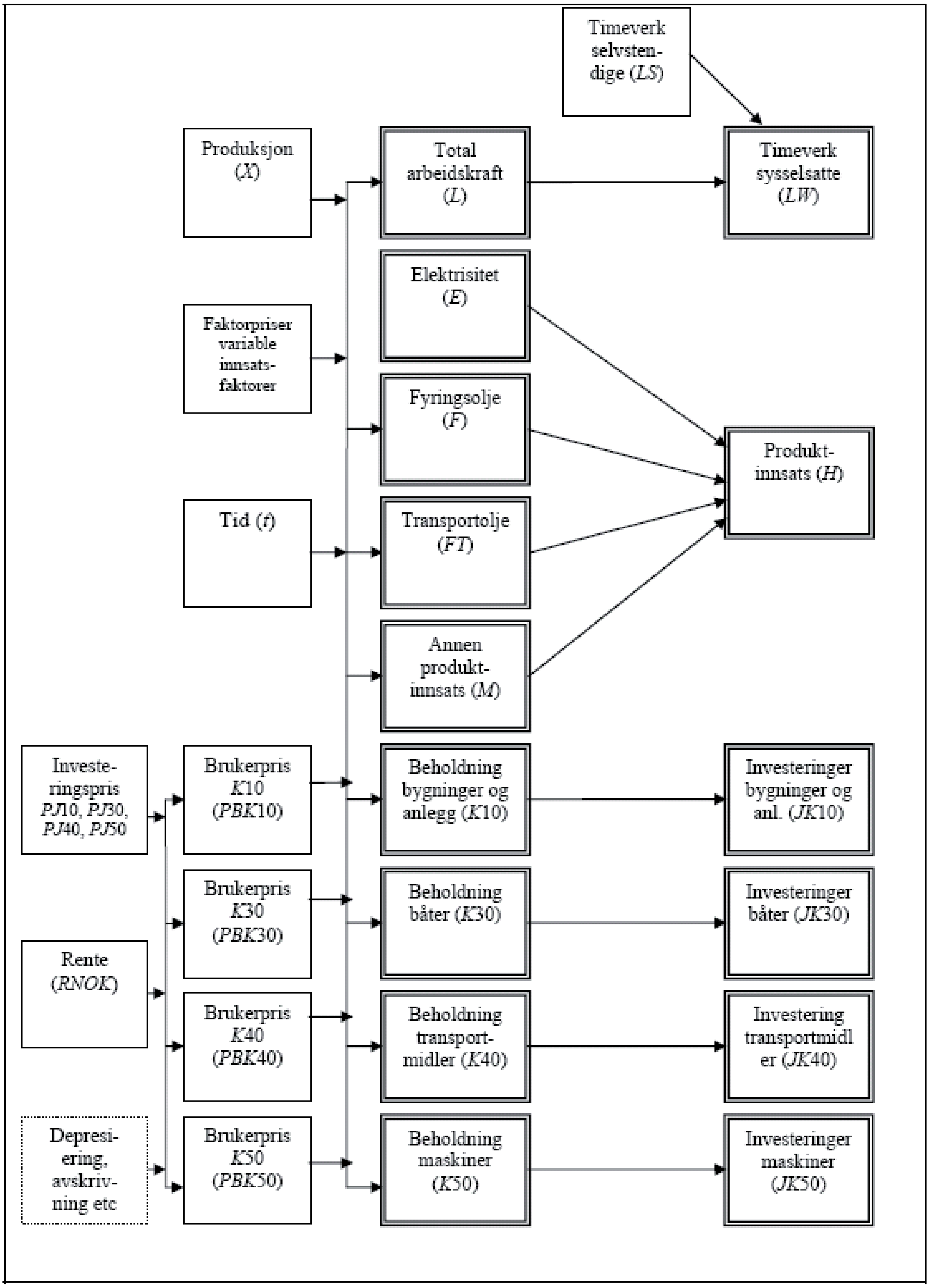
Samlet bestemmer disse tre variablene faktorbruken. Innsatsfaktorene som bestemmes er arbeidskraft (i timeverk), elektrisitet, annen energiinnsats, annen produktinnsats, samt realkapitalbeholdningene i artene bygninger og anlegg, båter, transportmidler og maskiner. Til sammen bestemmes altså beholdningen av 8 forskjellige innsatsfaktorer.

Det er total sysselsetting som bestemmes (dvs. summen av lønnstakere og selvstendige). I utledningen av relasjonene er lønnssatsen benyttet som skyggepris for timeverk utført av selvstendige. I Modag er timeverkene for selvstendige eksogent bestemt, og dermed blir det i realiteten lønnstakertimeverkene som bestemmes.

(4.5.1) $LW = L - LS$

Foruten arbeidskraften er det fire typer variable innsatsfaktorer som modelleres. Det er elektrisitet, fyringsolje, transportolje og annen produktinnsats. Summen av disse blir produktinnsatsen.

Figur 4.5.1. Etterspørsel etter innsatsfaktorer i Modag



(4.5.2) $$H = E + F + FT + M$$

For de fire realkapitalartene er det realkapitalbeholdningen som modelleres. Bruttoinvesteringene kan utledes ved følgende definisjonssammenheng;

(4.5.3) $$JK = K - K_{-1} + FD,$$

der FD er kapitalslitet. Kapitalslitet er en gitt andel (δ) av realkapitalen, dvs. $FD = \delta \cdot K_{-1}$. Denne andelen er forskjellig for de forskjellige realkapitalartene.

Teoretisk bakgrunn

Det antas at en produsent er pristager på alle faktormarkeder og minimerer kostnadene til produksjonsfaktorene arbeidskraft (LW), elektrisitet (E), fyringsolje (F), transportolje (FT), annen produktinnsats (M) og realkapitalartene bygninger og anlegg ($K10$), båter ($K30$), transportmidler ($K40$) og maskiner ($K50$) for gitt produksjon (X). Samlede kostnader (C) for innsatsfaktorbruken er gitt ved

(4.5.4) $$C = W \cdot L + PE \cdot E + PF \cdot F + PTF \cdot FT + PM \cdot M \\ + PBK10 \cdot K10 + PBK30 \cdot K30 + PBK40 \cdot K40 + PBK50 \cdot K50$$

hvor W er lønnskostnader per time (inklusive arbeidsgiveravgift), PM er kjøperprisen for annen produktinnsats, PE er kjøperprisen for elektrisitet, PF er kjøperprisen på fyringsolje og PFT er kjøperprisen på transportolje, mens $PBK10$, $PBK30$, $PBK40$ og $PBK50$ er brukerprisene for henholdsvis bygninger og anlegg, båter, transportmidler og maskiner. For bygninger og anlegg kan brukerprisen skrives som

(4.5.5) $$PBK10 = PJ10\left[RNOK\left(1-TRTMNW\right)+RP+DEP10-\frac{PJ10-PJ10_{-1}}{PJ10_{-1}}\right]\times \\ \frac{1-TRTMNW\left(\dfrac{TDR10}{TDR10+RNOK\left(1-TRTMNW\right)+RP}\right)}{1-TRTMNW}$$

der

- $PJ10$ er investeringsprisen for kapitalart 10 (dvs. bygninger og anlegg)
- $RNOK$ er 3-måneders pengemarkedsrente
- $TRTMNW$ er gjennomsnittlig marginale skatteprosent på kapitalinntekter for lønnsmottagere
- RP er en risikopreime (satt lik 3,25 prosent, se Hungnes, 2002)
- $DEP10$ er depresieringsraten for kapitalart 10 (anslått til 3,5 prosent for denne arten)
- $TDR10$ er den skattemessige avskrivningsraten på kapitalart 10

Det antas videre at den underliggende produksjonsteknologien kan tilnærmes med en Cobb-Douglas produktfunksjon:

(4.5.6)
$$X = A \cdot L^{\alpha_L} \cdot E^{\alpha_E} \cdot F^{\alpha_F} \cdot FT^{\alpha_{FT}} \cdot M^{\alpha_M} \cdot K10^{\alpha_{K10}} \cdot K30^{\alpha_{K30}} \cdot K40^{\alpha_{K40}} \cdot K50^{\alpha_{K50}} \cdot e^{\rho \cdot t}$$

Her er A en konstant og parametrene α_L, α_E, α_F, α_{FT}, α_M, α_{K10}, α_{K30}, α_{K40} og α_{50} representerer de konstante grenseelastisitetene til henholdsvis arbeidskraft, elektrisitet, fyringsolje, transportolje, annen produktinnsats og realkapitalartene bygninger og anlegg, båter, transportmidler og maskiner. Skalaelastisiteten er dermed også konstant og lik $\alpha = \alpha_L + \alpha_E + \alpha_F + \alpha_{FT} + \alpha_M + \alpha_{K10} + \alpha_{K30} + \alpha_{K40} + \alpha_{50}$. Variabelen $\exp(\rho \cdot t)$ er en trend som antas å ivareta effekter av total faktorproduktivitet.

Optimeringsproblemet til produsenten består nå i å minimere (4.5.4) med hensyn på L, M, E, F, FT, $K10$, $K30$, $K40$ og $K50$ med (4.5.5) som bibetingelse. Det kan dermed utledes følgende betingede etterspørselsfunksjoner:

(4.5.7a) $$L = \beta \cdot \alpha_L \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / W) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7b) $$E = \beta \cdot \alpha_E \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PE) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7c) $$F = \beta \cdot \alpha_F \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PF) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7d) $$FT = \beta \cdot \alpha_{FT} \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PFT) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7e) $$M = \beta \cdot \alpha_M \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PM) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7f) $$K10 = \beta \cdot \alpha_{K10} \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PBK10) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7g) $$K30 = \beta \cdot \alpha_{K30} \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PBK30) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7h) $$K40 = \beta \cdot \alpha_{K40} \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PBK40) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

(4.5.7i) $$K50 = \beta \cdot \alpha_{K50} \cdot X^{1/\alpha} \cdot (BPA / PBK50) \cdot e^{-(\rho/\alpha)\cdot t}$$

hvor

$$BPA = W^{\alpha_L/\alpha} \cdot PE^{\alpha_E/\alpha} \cdot PF^{\alpha_F/\alpha} \cdot PFT^{\alpha_{FT}/\alpha} \cdot PM^{\alpha_M/\alpha}$$
$$\cdot PBK10^{\alpha_{K10}/\alpha} \cdot PBK30^{\alpha_{K30}/\alpha} \cdot PBK40^{\alpha_{K40}/\alpha} \cdot PBK50^{\alpha_{K50}/\alpha}$$

er en faktorprisindeks for alle innsatsfaktorene, og β er en konstant bestående av parametrene A, α_L, α_E, α_F, α_{FT}, α_M, α_{K10}, α_{K30}, α_{K40} og α_{50}. Det fremgår at alle faktoretterspørselsfunksjonene inkluderer produksjon og relative faktorpriser samt en deterministisk trend. Videre er (4.5.7a) - (4.5.7i) homogene av grad null i faktorprisene. Ved innsetting av (4.5.7a) - (4.5.7i) i (4.5.4) finner vi at den tilhørende duale kostnadsfunksjonen blir

(4.5.8) $$C = \alpha \cdot \beta \cdot X^{1/\alpha} \cdot BPA \cdot e^{-(\rho/\alpha)t},$$

som er homogen av grad én i faktorprisene. Med Shephards lemma kan det vises at de betingede etterspørselsfunksjonene i (4.5.7a) - (4.5.7h) også er gitt som de deriverte av (4.5.8) med hensyn på de respektive faktorprisene, jf. vedlegg 4.A. i
Av (4.5.7a) - (4.5.7i) og (4.5.8) følger at

(4.5.9a) $$(W \cdot L)/C = \alpha_L / \alpha$$

(4.5.9b) $$(PE \cdot E)/C = \alpha_E / \alpha$$

(4.5.9c) $$(PF \cdot F)/C = \alpha_F / \alpha$$

(4.5.9d) $$(PFT \cdot FT)/C = \alpha_{FT} / \alpha$$

(4.5.9e) $$(PM \cdot M)/C = \alpha_M / \alpha$$

(4.5.9f) $$(PBK10 \cdot K10)/C = \alpha_{K10} / \alpha$$

(4.5.9g) $$(PBK30 \cdot K30)/C = \alpha_{K30} / \alpha$$

(4.5.9h) $$(PBK40 \cdot K40)/C = \alpha_{K40} / \alpha$$

(4.5.9i) $$(PBK50 \cdot K50)/C = \alpha_{K50} / \alpha$$

Sammenhengene i (4.5.9a) - (4.5.9i) utrykker at kostnadsandelene er konstante og uavhengige av både priser og produksjonsnivå. For eksempel er kostnadsandelen til arbeidskraft lik denne faktorens grenseelastisitet sett i forhold til skalaelastisiteten. Ved å ta forholdet mellom to innsatsfaktorer i (4.5.7) ser man at substitusjonselastisiteten mellom de ulike produksjonsfaktorene er konstant og lik én. Litt upresist kan substitusjonselastisiteten mellom for eksempel arbeidskraft og annen produktinnsats defineres som den prosentvise endringen i faktorforholdet når prisforholdet endres med én prosent, for gitt produksjon og realkapital. Definisjonen innebærer at substitusjonselastisiteten mellom LW og M er lik elastisiteten av LW / M med hensyn på PM / W, og denne elastisiteten er i følge (4.5.10) lik én.

(4.5.10) $$(LW / M) = \alpha_{LW} / \alpha_M \cdot (PM / W)$$

Ved valg av Cobb-Douglas-funksjonsform er det følgelig lagt begrensninger på den empiriske formuleringen i den forstand at substitusjonsforholdet mellom de variable produksjonsfaktorene fastsettes a priori. Det er imidlertid mulig å tallfeste skalaegenskapene til produktfunksjonen ved hjelp av økonometriske metoder, siden elastisitetene av LW, M og U (osv.) med hensyn på X er lik den inverse av skalaelastisiteten for de variable produksjonsfaktorene.

Implementerte etterspørselsrelasjoner

Etterspørselsrelasjonene i (4.5.7a) - (4.5.7i) tilnærmes med følgende sammenhenger i den empiriske modelleringen

(4.5.11a) $l = \kappa_L + \beta_0 \cdot x - (w - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11b) $e = \kappa_E + \beta_0 \cdot x - (pe - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11c) $f = \kappa_F + \beta_0 \cdot x - (pf - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11d) $ft = \kappa_{FT} + \beta_0 \cdot x - (pft - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11e) $m = \kappa_M + \beta_0 \cdot x - (pm - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11f) $k10 = \kappa_{K10} + \beta_0 \cdot x - (pbk10 - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11g) $k30 = \kappa_{K40} + \beta \cdot x - (pbk30 - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11h) $k40 = \kappa_{K50} + \beta \cdot x - (pbk40 - bpa) + \beta_1 \cdot t$

(4.5.11i) $k50 = \kappa_{K50} + \beta_0 \cdot x - (pbk50 - bpa) + \beta_1 \cdot t$

hvor små bokstaver indikerer at variablene er på logaritmisk form, for eksempel er $l = \log(L)$. Relasjonene i (4.5.11a) - (4.5.11i) tolkes som statiske likevektsbetingelser som beskriver en produsents tilpasning innsatsfaktorene på lang sikt. Etterspørselens langsiktige følsomhet for endringer i produksjon og tid er gitt ved parametrene β_0 og β_1. Siden variablene er på logaritmisk form, har disse parametrene tolkning som etterspørselselastisiteter som sier hvor mange prosent etterspørselen endres når enten produksjonen, realkapitalen eller relative faktorpriser endres med én prosent.

Sammenhengene mellom etterspørselselastisitetene i (4.5.11a) - (4.5.11i) og parametrene i (4.5.7a) - (4.5.7i) kan oppsummeres som i (i) - (ii) nedenfor. Disse sammenhengene danner også grunnlag for hypotesene/antagelsene om fortegnene på etterspørselselastisitetene som er kommentert i forbindelse med (i) - (ii).

(i) $\beta_0 = 1/\alpha > 0.$

Økt produksjon fører til økt etterspørsel etter de tre variable produksjonsfaktorene. Hvor stor økningen i etterspørselen blir, vil avhenge av skalaegenskapene til Cobb-Douglas produktfunksjonen i (4.5.4). Med konstant skalautbytte i de variable produksjonsfaktorene ($\alpha = 1$), vil en økning i produksjonen på én prosent føre til at etterspørselen etter hver av innsatsfaktorene øker med én prosent. Med avtagende (tiltagende) skalautbytte, vil etterspørselen øke prosentvis mer (mindre) enn produksjonsøkningen.

(ii) $\beta_1 = -\rho/\alpha < 0$.

En økning i total faktorproduktivitet vil, for gitt produksjon (og uendrede relative faktorpriser), føre til en reduksjon i etterspørselen etter variable produksjonsfaktorer. Det er ellers verdt å legge merke til at etterspørselselastisitetene omtalt i (i) - (ii) inngår med samme parameter i relasjonene i (4.5.11a) - (4.5.11i) som følge av forutsetningen om Cobb-Douglas produktfunksjon. Antagelsen om Cobb-Douglas produksjonsteknologi innebærer derfor at det er de samme elastisitetene som inngår for alle innsatsfaktorene.

Siden etterspørselsrelasjonene i (4.5.11a) - (4.5.11i) er statiske, vil effekten på etterspørselen etter de variable produksjonsfaktorene ved skift i en av høyresidevariablene være utspilt i samme periode som skiftet finner sted. Det vil imidlertid i praksis ofte være tregheter i tilpasningen, slik at (4.5.11a) - (4.5.11i) ikke nødvendigvis holder på kort sikt. I litteraturen begrunnes vanligvis tilpasningstregheter i etterspørselen med at det er kostnader forbundet med å endre tilpasning, jf. Nickell (1986). Modelleringen av etterspørselen etter variable produksjonsfaktorer i MODAG baserer seg derfor på estimering av dynamiske spesifikasjoner av (4.5.11a) -

(4.5.11i) i tråd med teorien om kointegrasjon og feiljusteringsmodeller, jf. Engle og Granger (1987). Stiliserte og forenklede eksempler på slike modeller svarende til (4.5.11a) kan skrives som:

(4.5.12)
$$\Delta l = \gamma_{L0} \cdot \Delta x + \gamma_{L1} \cdot \Delta(w - bpa) + \delta_L \cdot \left[l_{-1} - \kappa_{LW} - \beta_0 \cdot x_{-1} + (w - bpa)_{-1} - \beta_1 \cdot (t-1)\right],$$

hvor fotskrift -1 angir at en variabel er tilbakedatert én periode og symbolet Δ betyr førstedifferansen til variablene (for eksempel er $\Delta l = l - l_{-1}$) som er den kortsiktige vekstraten siden variablene er på logaritmisk form. Følgelig er kortsiktige etterspørselselastisiteter eller momentane effekter på etterspørselen av endringer i produksjon, realkapital eller relative faktorpriser i modellene representert ved γ-parametrene. Disse elastisitetene er estimert fritt for samtlige innsatsfaktorer. Det fremgår videre av (4.5.12) at utviklingen i etterspørselen etter innsatsfaktorene på kort sikt også bestemmes av sine respektive feiljusteringsledd, ledd som består av uttrykkene i hakeparentes. Eksempelvis måler feiljusteringsleddet i relasjonen for arbeidskraft avviket mellom den faktiske og den langsiktige innsatsen av arbeidskraft i foregående periode for gitte nivåer på produksjon og relative faktorpriser. En andel δ_L av dette avviket blir korrigert i inneværende periode. Dersom innsatsen av arbeidskraft lå en prosent over (under) sitt langsiktige nivå i foregående periode, vil denne innsatsen bli redusert (økt) med δ_L prosent i inneværende periode. Denne prosessen vil fortsette inntil avviket er eliminert, og arbeidskraften er bestemt av sitt langsiktige nivå.

Estimerte kostnadsandeler og elastisiteter

Tabell 4.5.4 gir en oversikt over kostnadsandelene for de forskjellige faktorene i de ulike næringene, noe som ikke minst er viktig for å beregne den aggregerte faktorprisindeksen i hver næring. I tillegg gjengis skalaelastisiteten og den underliggende produktivitetsveksten.

Tabell 4.5.4. Kostnadsandeler, skalaelastisiteter og teknologivekst

		Kostnadsandeler									Skala-elast.	Under. vekst
Kode	Næring	α_L/α	α_E/α	α_F/α	α_{FT}/α	α_M/α	α_{K10}/α	α_{K30}/α	α_{K40}/α	α_{K50}/α	α	ρ
10a	Jordbruk og skogbruk	0,45	0,02	0,01	-	0,29	0,13	-	0,00	0,10	1,00	0,00
15	Konsumvarer	0,16	0,01	0,00	-	0,78	0,02	-	0,00	0,03	1,00	0,00
25	Diverse industri	0,29	0,01	0,00	-	0,64	0,02	-	0,00	0,04	1,00	0,00
30	[Tidl. 34, 37 og 43]	0,14	0,08	0,01	-	0,67	0,03	-	0,00	0,07	1,00	0,00
40	Raffinering	0,02	0,00	0,05	-	0,88	0,02	-	0,00	0,02	1,00	0,00
45	Verkstedsprodukter	0,30	0,01	0,00	-	0,64	0,01	-	0,00	0,03	1,00	0,00
55	Bygg og anlegg	0,33	0,00	0,00	-	0,64	0,01	-	0,01	0,01	1,00	0,00
63	Bank og forsikring	0,41	0,01	0,00	-	0,50	0,07	-	0,01	0,01	1,00	0,00
74	Innenlands samferdsel	0,30	0,00	0,00	-	0,58	0,03	-	0,03	0,05	1,00	0,00
81	Varehandel	0,47	0,02	0,01	-	0,45	0,03	-	0,01	0,02	1,00	0,00
85	Andre tjenester	0,41	0,01	0,03	-	0,50	0,05	-	0,00	0,02	1,00	0,00

Tabell 4.5.5 og 4.5.6 gir en oversikt over kortsiktselastisitetene eller førsteårseffektene i faktoretterspørselsblokken i Modag. I Tabell 4.5.5 gis førsteårseffekten på faktorbruken av endret produksjon, mens i Tabell 4.5.6 gis førsteårseffekten av endret relativ faktorpris (dvs. egenpris). Langsiktselastisiteten ved produksjonsendring er alltid lik skalaelastisiteten (α) for alle innsatsfaktorer, mens langsiktselastisiteten ved endring i relativ faktorpris er alltid -1 for alle innsatsfaktorer.

Tabell 4.5.5. Partielle førsteårselastisiteter, produksjonsendring

Kode	Næring	*L*	*E*	*F*	*FT*	*M*	*K*10	*K*30	*K*40	*K*50
10a	Jordbruk og skogbruk	0,06	0,42	0,68	-	0,86	0,01	-	0,12	0,00
15	Konsumvarer	0,31	1,09	1,08	-	1,00	0,02	-	-0,25	0,00
25	Diverse industri	0,46	0,84	1,17	-	1,05	-0,02	-	0,04	0,16
30	[Tidl. 34, 37 og 43]	0,39	1,00	1,00	-	0,97	0,00	-	0,00	0,00
40	Raffinering	0,00	0,77	0,90	-	0,93	0,00	-	0,03	0,00
45	Verkstedsprodukter	0,55	1,00	1,14	-	1,10	0,00	-	0,00	0,18
55	Bygg og anlegg	0,41	1,24	1,00	-	1,10	[0,55]	-	0,56	1,60
63	Bank og forsikring	0,31	0,28	1,36	-	0,15	0,00	-	0,00	0,29
74	Innenlands samferdsel	0,18	0,86	0,94	-	1,23	0,00	-	0,30	0,66
81	Varehandel	0,69	1,00	0,00	-	0,89	-0,00	-	0,00	0,00
85	Andre tjenester	0,64	1,00	1,39	-	1,23	[1,49]	-	0,06	0,17

[] indikerer at tallet representerer førsteårselastisiteten for bruttoinvesteringer (i motsetning til realkapitalen).

Tabell 4.5.6. Partielle førsteårselastisiteter, endret relativ faktorpris

Kode	Næring	*L*	*E*	*F*	*FT*	*M*	*K*10	*K*30	*K*40	*K*50
10a	Jordbruk og skogbruk	-0,05	-0,43	-0,74	-	-0,23	0,00	-	0,00	0,00
15	Konsumvarer	-0,62	-0,39	-0,57	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00
25	Diverse industri	-0,23	-0,62	-0,40	-	-0,06	0,00	-	0,00	0,00
30	Kraftkrevende industri	-0,38	-0,16	-0,69	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00
40	Raffinering	0,00	-0,28	-0,91	-	0,00	0,00	-	-0,05	0,00
45	Verkstedsprodukter	-0,23	-0,59	-0,58	-	-0,11	0,00	-	0,00	0,00
55	Bygg og anlegg	-0,55	-0,56	0,00	-	-0,12	0,00	-	0,00	-0,05
63	Bank og forsikring	-0,39	-0,61	-1,00	-	-0,06	0,00	-	0,00	0,00
74	Innenlands samferdsel	-0,33	-0,28	-0,66	-	-0,12	0,00	-	0,00	0,00
81	Varehandel	0,00	0,00	0,00	-	-0,07	0,00	-	0,00	0,00
85	Andre tjenester	-0,15	-0,22	-0,62	-	0,00	0,00	-	0,00	0,00

Referanser

Boug, P. (1999a): *Modellering av faktoretterspørsel i norske næringer*, Rapporter 99/3, Statistisk sentralbyrå.

Boug, P. (1999b): *The Demand for Labour and the Lucas Critique: Evidence from Norwegian Manufacturing*, Discussion Papers 256, Statistisk sentralbyrå.

Boug, P. (1999c): *Etterspørsel etter arbeidskraft i industrien*, Økonomiske analyser 99/7, Statistisk sentralbyrå.

Boug, P., Dyvi, Y., Johansen, P.R. og Naug, B.E. (2002): *MODAG - En makroøkonomisk modell for norsk økonomi*, Sosiale og økonomiske studier 108, Statistisk sentralbyrå.

Bowitz, E. og Cappelen, Å. (1994): *Prisdannelse og faktoretterspørsel i norske næringer*, Sosiale og økonomiske studier 85, Statistisk sentralbyrå.

Engle, R.F. og Granger, C. W. J. (1987): Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, *Econometrica* **55**, 251-276.

Hungnes, H. (2002): *Private Investments in Norway and the User Cost of Capital*. Documents 2002/13, Statistisk sentralbyrå.

Nickell, S. J. (1986): "Dynamic Models of Labour Demand" i Ashenfelter, O. og Layard, R. (red.): *Handbook of Labour Economics*, Amsterdam: North-Holland.

Vedlegg B

a. Estimering av substitusjonselastisiteten

Hvis substitusjonselastisiteten også skal estimeres, må estimeringsopplegget modifiseres noe. Distribusjonsparametrene kan estimeres som i (6). Den gjennomsnittlige faktorprisen kan konstrueres som i (6a), dvs. at vi benytter Stones prisindeks som en approksimasjon når substitusjonselastisiteten er ulik 1. Substitusjonselastisiteten kan da estimeres sammen med underliggende vekst i innsatsfaktorbruk, produksjon og teknologivekst, samt skalaelastisitet. Vi modifiserer da systemet fra (7):

$$\begin{pmatrix} \Delta v_{1,t}^j \\ \vdots \\ \Delta v_{n,t}^j \\ \Delta x_t^j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \gamma_1^j \\ \vdots \\ \gamma_n^j \\ \gamma_x^j \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11}^j & \cdots & \alpha_{1n}^j \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}^j & \cdots & \alpha_{nn}^j \\ \alpha_{n+1,1}^j & \cdots & \alpha_{n+1,n}^j \end{pmatrix} \underbrace{\left[\begin{array}{c:c:c} I_n & D & \begin{pmatrix} \beta_{1,n+1}^j & \beta_{1,n+2}^j & \mu_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{n,n+1}^j & \beta_{n,n+2}^j & \mu_n \end{pmatrix} \end{array} \right]}_{(\beta^j)'} \begin{pmatrix} v_{1,t-1}^j \\ \vdots \\ v_{n,t-1}^j \\ p_{1,t-1}^j - \tilde{p}_{A,t-1}^j - \ln \tilde{\delta}_1^j \\ \vdots \\ p_{n,t-1}^j - \tilde{p}_{A,t-1}^j - \ln \tilde{\delta}_n^j \\ x_{t-1} \\ t-1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$+ \, seasonals + \begin{pmatrix} e_{1,t}^j \\ \vdots \\ e_{n,t}^j \\ e_{n+1,t}^j \end{pmatrix}$$

gitt at restriksjoner mellom vekstratene gitt i (8) holder.

I tillegg pålegger vi følgende restriksjoner:

- $\mu_i^j = \mu_k^j$ for $i,k = 1,\ldots,n$.

- Restriksjonene $\beta_{1,n+1}^j = \ldots = \beta_{n,n+1}^j$ gjør at vi får et estimat på skalaelastisiteten jf. relasjon (1); $\tilde{\kappa}^j = 1 \big/ \tilde{\beta}_{i,n+1}^j$ for $i = 1,\ldots,n$.

- Restriksjonene $\beta_{1,n+2}^j = \ldots = \beta_{n,n+2}^j$ i tillegg til overnevnte, gjør at vi får et estimat på den underliggende teknologiske veksten jf. relasjon (1); $\tilde{\gamma}_\theta^j = \tilde{\beta}_{i,n+2}^j \big/ \tilde{\beta}_{i,n+1}^j$ for $i = 1,\ldots,n$.

- Restriksjonen $D = diag(\sigma, \cdots, \sigma)$, altså at D er en diagonalmatrise der alle parametrene på diagonalen er like mens alle parametre utenfor diagonalen er lik null. (Dette kan også skrives som $D = \sigma \cdot I_n$). Denne restriksjonen innebærer at vi får pålagt den samme substitusjonselastisiteten mellom alle innsatsfaktorene.

Vedlegg C

b. Alternativ estimering av underliggende vekst i innsatsfaktorbruk og total faktorproduktivitet, samt skalaelastisitet

Vi trenger også estimater for trendutviklingen i produksjon, innsatsfaktorbruk og total faktorproduktivitet.

a. Underliggende vekst i produksjonen:

Den underliggende veksten i produksjonen kan estimeres ved å estimere γ_x^j i regresjonen

(B-1) $$\Delta x_t^j = \gamma_x^j + seasonals + \varepsilon_t^j .$$

Estimatet på denne parameteren benevner vi ved $\tilde{\gamma}_x^j$.

b. Skalaelastisitet og underliggende total faktorproduktivitet

Estimatene for skalaelastisitet og underliggende total faktorproduktivitet kan finnes ved å estimere et system av innsatsfaktorene og å pålegge restriksjoner i dette systemet. Systemet vi estimerer er gitt i (B-2).

(B-2)
$$\begin{pmatrix} \Delta v_{1,t}^j \\ \vdots \\ \Delta v_{n,t}^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{10}^j \\ \vdots \\ \alpha_{n0}^j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11}^j & \cdots & \alpha_{1n}^j \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}^j & \cdots & \alpha_{nn}^j \end{pmatrix} \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} I_n & \begin{pmatrix} \beta_{1,n+1}^j & \beta_{1,n+2}^j \\ \vdots & \vdots \\ \beta_{n,n+1}^j & \beta_{n,n+2}^j \end{pmatrix} \end{array} \right]}_{(\beta^j)'} \begin{pmatrix} v_{1,t-1}^j - \breve{\sigma}\left(p_{1,t-1}^j - \tilde{p}_{A,t-1}^j\right) \\ \vdots \\ v_{n,t-1}^j - \breve{\sigma}\left(p_{n,t-1}^j - \tilde{p}_{A,t-1}^j\right) \\ x_{t-1} \\ t-1 \end{pmatrix}$$
$$+ seasonals + \begin{pmatrix} e_{1,t}^j \\ \vdots \\ e_{n,t}^j \end{pmatrix}$$

Vi pålegger først at de først $n \times n$ elementene i $\left(\beta^j\right)'$ er lik enhetsmatrisen. Dette innebærer kun identifiserende restriksjoner. Deretter pålegges to sett med overidentifiserende restriksjoner. Disse pålegges samlet:

- Restriksjonene $\beta_{1,n+1}^j = \ldots = \beta_{n,n+1}^j$ gjør at vi får et estimat på estimat på skalaelastisiteten jf. relasjon (1); $\tilde{\kappa}^j = 1 / \tilde{\beta}_{i,n+1}^j$ for $i = 1, \ldots, n$.

- Restriksjonene $\beta_{1,n+2}^j = \ldots = \beta_{n,n+2}^j$ i tillegg til overnevnte gjør at vi får et estimat på den underliggende teknologiske veksten jf. relasjon (1); $\tilde{\gamma}_\theta^j = \tilde{\beta}_{i,n+2}^j / \tilde{\beta}_{i,n+1}^j$ for $i = 1, \ldots, n$.

Merk forskjellen fra hovedforslaget: I (B-2) har vi ikke med konstantleddet i langsiktssammenhengen. Samtidig pålegger vi ikke betingelsen i (8).

c. Underliggende vekst i innsatsfaktorbruken

Den underliggende i bruken av innsatsfaktorene kan gis ved $\tilde{\gamma}_v^j = \left(\tilde{\gamma}_x^j - \tilde{\gamma}_\theta^j\right) / \tilde{\kappa}^j$.[2]

Fordel og ulempe med denne alternative estimeringsmetoden

Fordel:

- Man trenger ikke et spesialestimeringsprogram (GRaM) til å estimere parametrene.

Ulempe:

- Man kan ikke pålegge alle parameterrestriksjonene i estimeringen. Her er det restriksjonene på konstantleddene som ikke blir pålagt.

[2] Alternativt kan den underliggende veksten i faktorbruken estimeres på tilsvarende måte som for den underliggende veksten i produksjonen, der vi pålegger at alle innsatsfaktorene vokser med samme rate. Siden sammenhengen mellom parametrene fortsatt må gjelde, får vi da et system med 4 relasjoner til å bestemme 3 parametere. Dette kan gi oss litt 'frihet' til å velge parameterverdier siden vi kan legge forskjellig vekt på de forskjellige relasjonene. F.eks. kan vi se bort fra en relasjon (- dog ikke identitetssammenhengen -) hvis estimatene fra denne virker urimelige.

Tabellregister