

Arbeidsnotater

S T A T I S T I S K S E N T R A L B Y R Å

D r o n n i n g e n s g t . 1 6 , O s l o - D e p . , O s l o 1 . T l f . 4 1 3 8 2 0 , 4 1 3 6 6 0

IO 74/16

27. mars 1974

BEFOLKNINGENS FORDELING ETTER UTDANNINGSAKTIVITET OG FULLFØRT UTDANNING. BEREGNEDE TALL FOR 1969-1974

Første rapport om Statistisk Sentralbyrås utdanningsmodellprosjekt

Av

Erik S. Hernæs og
Johan-Kristian Tønder

I N N H O L D

	Side
Del 1. INNLEDNING	3
Del 2. PRESENTASJON AV MODELLEN	5
Kapittel A. Modellens omfang. Inndelingskriterier og forutsetninger	5
Kapittel B. Presisering av modellen. Regnskapsmessige sammenhenger	8
Kapittel C. Nærmore om faktiske overganger og teorier	10
a. Søking og opp tak	11
b. Faktorer som påvirker prioriteringen	14
c. En enkel stokastisk modell	17
d. En metode for å gjennomsøke et datamateriale	26
Del 3. DATA OG BEREGNINGSRESULTATER	28
Kapittel A. Hovedprinsipper for datautarbeiding	28
a. Datagrunnlaget	28
b. Metode	29
c. Tre eksempler fra tallarbeidet	31
Kapittel B. Regne-eksempel	34
Kapittel C. Sammenlikning av framskrivningen med en del faktiske tall	39
a. Direkte sammenlikning	39
b. Stokastisk behandling	40
Del 4. DET VIDERE ARBEID	41
Vedlegg 1. Klassifisering av personer	43
" 2. Overgangskoeffisientene fra 1969 til 1970	51
" 3. Framskriving 1971, 1972, 1973 og 1974 og beregnet bestand 1969 og 1970	67
" 4. Tall fra statistikken for 1971 og 1972 og avvik mellom disse og framskrivingstallene ..	75
" 5. Konfidensintervall for overgangssannsynligheter	79
" 6. Prediksjonsintervall for bestandstall i 1971	85
Litteraturhenvisninger	89

Ikke for offentliggjøring. Dette notat er et arbeidsdokument og kan siteres eller refereres bare etter spesiell tillatelse i hvert enkelt tilfelle. Synspunkter og konklusjoner kan ikke uten videre tas som uttrykk for Statistisk Sentralbyrås oppfatning.

1. INNLEDNING

Arbeidet med å lage en utdanningsmodell bygd på data fra utdanningsstatistikken, ble innledet ved årsskiftet 1971-1972. Formålet med prosjektet skal være:

- a) å gi ei framstilling av strømmer av elever gjennom skolesystemet.
- b) å finne ut hvilke faktorer som påvirker overgangene mellom utdanninger, og hvordan disse faktorene påvirker overgangene. I dette arbeidet skal en også prøve å ta omsyn til virkningene av kapasitetsskranker i skoleverket,
- c) å bidra til analysen av utviklinga i utdanningssystemet,
- d) å kunne være til hjelp ved planlegginga av utbygginga av skoleverket.

Dette prosjektet må sees i sammenheng med andre prosjekt som det arbeides med i Byrået. For det første utbygginga av utdanningsstatistikken, og for det andre bruken av resultata av Folketellingen 1970 og Byråets befolkningsstatistikk og befolkningsmodell.

I dette notatet vil vi presentere modellens omfang, hvilke forutsetninger som er gjort og hvilke inndelingskriterier som er brukt. Videre vil det bli gitt en beskrivelse av arbeidet med å lage data til modellen og av et regneeksempel som er utført ved hjelp av den. Til slutt vil vi drøfte hvilken retning arbeidet med modellen bør ha framover.

Det eksisterer mye litteratur om utdanningsmodeller og problemer i tilknytning til slike modeller. Vi har bare rukket å lese gjennom en brøkdel av den. Vi vil her bare nevne noen av de forfattere vi har hentet idéer fra til vårt arbeid.

Interessen for utdanningsmodeller og utdanningsøkonomi blant norske sosialøkonomer, skyldes for en stor del professor Tore Thonstad. Ved forelesninger på Sosialøkonomisk Institutt og ved boka si [1] viste han hvordan metoder som en vanligvis har benyttet i makroøkonomien også kan brukes på problemer i skolesektoren. Både Thonstad og andre har pekt på følgende begrensinger i den modellen som er beskrevet i [1]: a) Modellen arbeider med koeffisienter som er faste over tiden for overgangen mellom utdanninger. b) Modellen er for aggregert, noe som har sammenheng med det mangelfulle datamaterialet som forelå på det tidspunkt modellen ble laget.

Hos Armitage, Smith og Alper [2] har vi hentet en del ideer til hvordan en kan løse problemene som skranner i utdanningssystemet skaper for modellarbeidet (se førstvrig avsnittet "Søkning og oppbak").

I OECD's Centre for Educational Research and Innovation er det laget en simuleringsmodell, SOM, se [3], som likner Thonstads, men som har en annen form for inndeling av utdanningssystemet og som har lagt inn prosedyrer for å beregne alternative utviklinger av overgangskoeffisientene. Eva Birkeland har i [4] beskrevet en modell for høyere utdanning. Her kommer hun bl.a. inn på begrepet "venteår" (tiden mellom avslutninga av ei utdanning og påbegynning av den neste) som vi har prøvd å videreutvikle i denne modellen.

I motsetning til de modellene som er nevnt ovenfor, inneholder ikke den modellen som skal beskrives her noen ressursside. Ellers skiller den seg fra de modeller vi ellers har sett ved at den bygger inn muligheten for skifte mellom utdanning - ikke utdanning på alle utdannings- og alderstrinn. Med dette har vi forsøkt å ta hensyn til ei eventuell utvikling mot hyppigere skifting mellom arbeid og utdanning ("livslang læring") og ei øking i voksenopplæringa.

Flere forfattere kunne vært nevnt, men det ville føre for langt. Dette arbeidsnotatet er en førstes presentasjon av modellen utenfor den kretsen som arbeider med utdanningsstatistikk i Byrået. Hensikten med notatet er bl.a. å få reaksjoner fra andre som arbeider med utdannings- og arbeidsmarkedsspørsmål, i og utenfor Byrået. Vi vil derfor oppfordre leserne til å notere ned ideer

og kommentarer de måtte ha, og gi dem videre til oss, muntlig eller skriftlig.

Til slutt et par ord om opplegget. Arbeidsnotatet er på et vis splittet. På den ene siden har vi forsøkt å utvikle teorier og analysemetoder for utdanningsatferd uten å skjele særlig mye til hva som finnes av data. En del resultater av dette finnes i kapittel 2 C. På den annen side har vi tatt det vi har av data og gjettet på litt til, og laget en framskriving. Resultatet av dette finnes i kapittlene 2 A, 2 B, 3 A og 3 B, og vedleggene 1, 2 og 3. Vi har selvfølgelig tatt hensyn til kapittel 2 C så langt som mulig, men mangelen på data har gjort at vi har måttet renonsere sterkt i forhold til teorien i 2 C. Vi har dessuten foretatt enkelte forenklinger for ikke å "gape over for mye" i begynnelsen. Siktmalet har vært først å få en operasjonell modell og så etter hvert bøte på de mangler som viser seg svært alvorlige og som vi har muligheter for å bøte på. Vi har videre sett det slik at vi vil ta en god del forbedringer om gangen. Derfor er det i den versjonen som er presisert i dette notatet en del svakheter, blant annet aggregering av flere klasstrinn, som vi vil vente med å utbedre til vi har fått reaksjoner på dette notatet, slik at det da er passende å ta en større modifisering.

Meningen er selv sagt å innarbeide teoriene i det praktiske arbeidet, men foreløpig er ikke kapittel 2 C knyttet så svært sterkt til resten, med unntakelse av avsnitt 3 C b) og vedleggene 5 og 6. Vi har derfor lagt framstillingen opp slik at de som ønsker det, kan hoppe over kapittel 2 C og likevel få med seg vesentlige ting som forklaring av teknikken og datagrunnlaget for framskrivingen.

2. PRESENTASJON AV MODELLEN

A. Modellens omfang. Inndelingskriterier og forutsetninger

Det har tidligere vært vanlig å innskrenke en beskrivelse av skolesystemet til en presentasjon av aktiviteter i utdanningsinstitusjonene. Rekrutteringen til systemet har stort sett innskrenket seg til de personer som blir innskrevet ved den obligatoriske grunnskolen. Langt på veg ville en slik begrensning være aktuell også i dag. Nå hevdes det at vi må komme over til et system der livsløpet til en person ikke ensidig er delt inn i to deler, utdanning og arbeid, der hele den første delen er avsluttet før den neste tar til. En vil heller ha et system der en i langt større grad skifter mellom utdanning og arbeidsliv. Tendensen til å stykke opp lange utdanninger, til å harmonisere utdanningene til hverandre og lage overgangsordninger mellom ulike utdanninger, og ønsket om å bygge ut voksenopplæringstilbudene, forteller at en er i ferd med å arbeide seg fram mot et slikt system. Vi har prøvd å bygge opp en modell som kan være til hjelp i dette arbeidet.

I tråd med dette formålet, har vi i vår beskrivelse av skolesystemet, tatt med hele den norske befolkningen fra og med 6 år og oppover. Befolkningen er delt inn i tre hoveddeler, tilstander. Den første tilstanden er definert som "ikke å ha begynt på skolen" og omfatter alle 6-åringer foruten personer i skolepliktig alder (7 år og over) som ikke har begynt på skolen. Den andre tilstanden er utdanning, og omfatter alle som på et gitt tidspunkt er i skolesystemet. Den tredje tilstanden har vi kalt avsluttet utdanning. Til denne tilstanden regnes alle som har fullført en eller annen utdanning og som ikke er i skolesystemet. Etter dette vil hver enkelt person på et gitt tidspunkt være i en og bare en av disse tre tilstandene.

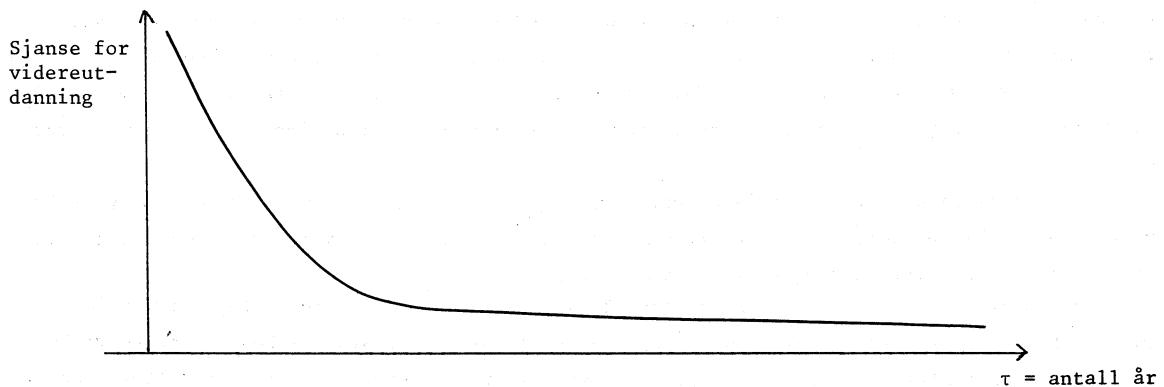
Personer som er i tilstanden utdanning, grupperes videre etter den utdanning de holder på med, og personer i tilstanden avsluttet utdanning etter den høyeste utdanning personen har fullført. Dessuten er personer i tilstanden avsluttet utdanning, gruppert også etter alder. Bakgrunnen for aldersinndelingen skal vi komme nærmere inn på nedenfor. Klassifiseringen er ellers fullstendig beskrevet i vedlegg 1.

Utgangspunktet for aldersinndelingen er begrepet "venteår" som bl. a. er brukt av Eva Birkeland i [4]. "Venteår" er det antall år det tar fra en person har fullført en utdanning til han begynner på en annen utdanning. Sjansen for at en person som har fullført en utdanning skal begynne på en ny utdanning, forandrer seg over tiden. Hvordan denne endrings skjer, er det vanskelig å ha noen sikker mening om. La oss kalle antall år som er gått siden utdanningen ble avsluttet for τ .

Følgende kunne tenkes å gjelde:

- sjansene for videreutdanning faller med stigende τ
- nedgangen er sterkest de første åra, men jammer seg ut etterhvert.

Grafisk kan dette framstilles slik:



Andre forløp kan også tenkes. F.eks. at kurven stiger noen år, men så begynner å synke. Det betyr at personen i den første tida etter å ha gått ut av skolen ikke er særlig interessert i videreutdanning, men at lysten øker etterhvert inntil en kommer til et punkt der de mange år som er gått siden sist en satt på skolebenken, gjør at en kvier seg for å begynne igjen.

Vi har imidlertid stilt oss spørsmålet: Er det bare antall år som er gått siden sist en var i tilstand utdanning, som er årsaken til en endring i sjansene for videreutdanning? Spiller ikke også alderen en rolle?

Et eksempel kan kanskje belyse dette nærmere. Anta at to personer tar artium samme år, og at den ene er 19 år, mens den andre er 23. Er det samme sjanse for at de etter fire år, når den ene er 23 år og den andre 27 år, skal begynne på en ny utdanning. Det er rimelig at svaret på dette blir nei, og at også alder burde tas med i modellen.

For ikke å ha med for mange variable i modellen, og fordi data gjør det vanskelig å gruppere etter venteår, har vi imidlertid gruppert personene i tilstanden avsluttet utdanning bare etter alder.

Skal en gruppere etter alder, burde en nok bruke ett-årig aldersgrupper. Vi har imidlertid funnet å ville forenkle inndelingen, og nøye oss med en to-deling. Dette er gjort for å forenkle dataarbeidet og for å holde dimensjonen på modellen nede. Ut fra det som foran er sagt om et vendepunkt i sjansen for å gå tilbake i utdanning, håper vi å få ivaretatt de største forskjellene i atferd.

Det framgår av definisjonen av cellene 144-429 i vedlegg 1, hvordan denne to-delingen er. En ser der at aldersinndelingen er den samme for alle utdanninger som ifølge Norsk standard for utdanningsgruppering, NUS, [9], slutter på samme nivå. Grensene på de enkelte nivåer har vi kommet fram til på følgende måte

Nivå (1)	Klassetrinn ¹⁾ (2)	Normal alder ved avslutningen (3) = 7+(2)	Venteår (4)	Grense ved aldersinndelingen (5) = (3)+(4)
2	9	16	1	17
3	10	17	2	19
4	12	19	3	22
5	14	21	4	25
6	16	23	5	28
7	18	25	6	31

1) Inneholder nivået flere klassetrinn, tar vi det høyeste.

Tanken er at vendepunktet kommer senere jo lengre varighet utdanning "normalt" har.

Vi har også vært inne på tanken å gruppere personer i tilstanden utdanning etter alder. Når vi ikke har gjort det, er årsaken denne: Så lenge en person er i utdanningssystemet og skal velge mellom ulike utdanninger, mener vi at alderen ikke har noen vesentlig betydning på resultatet av valget. Derimot kan alderen ha betydning når valget står mellom å fortsette i tilstanden utdanning eller å gå over i tilstanden avslutta utdanning. Betydningen er likevel ikke så sterk etter vår mening, at vi vil ta med de praktiske ulemper som en inndeling av personer i tilstanden utdanning etter alder vil føre med seg.

Vi har til nå beskrevet beholdningsstørrelsene i skolesystemet. Vi må også ha med en beskrivelse av strømmene. Vi kan dele opp disse strømmene i tre: strømmer mellom cellene innenfor en tilstand, strømmer mellom tilstander og bruttotilvekst/-avgang.

De strømmene vi skal beskrive, er overganger av personer mellom celler i løpet av perioden 1. oktober år t til 1. oktober år t+1, dvs. i løpet av tidsenheten ett år. De beholdningene vi beskriver, refererer seg altså til situasjonen pr. 1. oktober år t eller t+1. Når vi heretter snakker om "år t" og overgangen mellom år t og år t+1, mener vi situasjonen pr. 1. oktober år t og overgangene mellom 1. oktober år t og 1. oktober år t+1.

Strømmene som er beskrevet, viser bruttoendringene i størrelsen på cellene mellom de to tidspunktene. Den viser altså hvor mange som kommer inn i celle, hvor mange som går ut av en celle, og hvor

mange som blir i cellen (repeterer). I prinsippet er overgangen mellom alle celler mulige. I praksis er det mange overganger som ikke eksisterer. Da tallarbeidet med modellen skulle gjennomføres, gjorde vi den forutsetningen at en person som har fullført en utdanning bare kunne gå over i utdanninger på samme nivå eller nivået over, dersom han ønsket fortsatt utdanning. Dette var en rimelig forutsetning slik utdanningssystemet er bygd opp, og den forenklet dataarbeidet på det stadiet som utdanningsstatistikken er i dag. Men vi vil understreke at en kan lempe på denne forutsetningen når datamaterialet blir bedre.¹⁾

Denne forutsetningen gjør det umulig å "hoppe over" et nivå. En person som har fullført en utdanning på et nivå kan heller ikke starte på en utdanning som er plassert på et lavere nivå enn den han har fullført. En person som nettopp har fullført sosialøkonomisk embetseksamen (nivå 7) som ønsker å ta historie grunnfag (nivå 5) kan enten registreres i tilstanden avsluttet utdanning med overgang fra tilstanden utdanning. Eller vi kan registrere det som er repetisjon i cellen sosialøkonomisk embetseksamen i tilstanden utdanning. Vi kan ikke registrere det som en overgang fra sosialøkonomisk embetseksamen til historie grunnfag. Årsaken er at når historie grunnfag er fullført og personen går over i tilstand avsluttet utdanning, vil han bli registrert som om historie grunnfag var den høyeste fullførte utdanninga, slik datakildene foreligger i dag. Vi har i slike tilfelle valgt å registrere en repetisjon i cellen i tilstand utdanning. Dette fører til at den gjennomsnittlige studietiden for sosialøkonomisk embetseksamen blir "for lang", men samtidig får vi en person i utdanningssystemet som ellers ville falt ut. Videre har vi sett det slik at tilleggsutdanninger som regel kan betraktes som supplement til den høyeste fullførte utdanningen. Det virker derfor ikke så urimelig å forlenge sosialøkonomistudiet på denne måten.

Personer som er i tilstanden avsluttet utdanning, kan enten forblir der eller gå over i tilstanden utdanning. Hvis de forblir i tilstanden avsluttet utdanning, kan enten forblir der eller gå over i tilstanden utdanning. Hvis de forblir i tilstanden avsluttet utdanning, bytter de celler bare hvis de går over aldersgrensen som gjelder for den utdanningen de er klassifisert etter. Ellers forblir de i samme celle. Hvis de går over i tilstanden utdanning, kan de gå over i hvilken som helst celle på det nivået utdanningen de allerede har fullført ligger på, eller nivået over. De kan aldri gå inn i en celle på et lavere nivå, eller gå to eller flere nivå opp. De samme kommentarer som var relevante for overgang innenfor tilstand utdanning, gjelder her.

Vi skal til slutt ta for oss to problemer som har sammenheng med den utformingen modellen har fått i denne første versjonen.

1) Dersom en person avbryter en utdanning og begynner på en utdanning på nivået under, kan dette ikke bli registrert som en overgang under vår forutsetning. Et eksempel på en slik situasjon er at en artianer (nivå 4) begynner på et studium (nivå 5), men bryter av i løpet av året og begynner på en yrkesutdanning på nivå 4. Slik modellen ser ut i dag, vil dette tilfellet bli behandlet slik: Første året som (overgang fra tilstand utdanning, nivå 5, til tilstand avsluttet utdanning, nivå 4. Neste år overgang fra tilstand avsluttet utdanning, nivå 4, til tilstand utdanning, nivå 4. Det blir m.a.o. registrert et venteår for mye og et utdanningsår for lite. Problemet vil ikke lenger være aktuelt når datamaterialet blir bedre og alle mulige overganger kan registreres.

2) Cellene i modellen inneholder oftest to klassetrinn. To av dem inneholder til og med seks trinn. Dette kan skape problemer ved modellberegningene. I de regneeksemplene som blir lagt fram i dette notatet, er det forutsatt at forholdet mellom tallet på personer som går over fra en celle til en annen i løpet av tiden t til $t+1$ og tallet på personer som var i cellen på tidspunkt t er konstant over den tidsperioden vi ser på. Hvordan går det med denne forutsetningen dersom fødselskullene som kommer inn i systemet endrer seg sterkt i forhold til tidligere år? Dersom vi ser på celle nr. 4 (tilstand utdanning, grunnskole/ungdomstrinnet, se vedlegg 1) så består den av tre årstrinn, 7., 8. og 9. klasse i grunnskolen. Selv om andelen av elever som går fra 9. klasse til gymnaset er konstant, så vil forholdstallet mellom tallet på personer som foretar overgangen fra celle 4 til gymnaset og tallet på personer i celle 4 på tidspunkt t , gå ned dersom det kommer inn et kull som er mye større enn de andre. Når dette kullet er ferdig med 9. klasse, vil forholdstallet gå sterkt opp, dersom de kullene som kom inn etter dette lå på det tidligere nivå. Når det store kullet er gått ut, vil forholdstallet

1) I dette tilfelle betraktet vi NUS's nivå 5 og 6 som ett nivå.

falle tilbake til sitt opprinnelige nivå. (Problemet er nærmere drøftet i kapittel 3 B.)

Problemet er først for de cellene som omfatter størstedelen av årskullene, som f.eks. cellene for tilstand utdanning, grunnskolen. På andre nivåer vil cellene være mer sammensatt med hen-syn til alder slik at virkningen av svingninger i årskullene ikke blir så sterke. En måte å løse problemet på, er å dele opp i celler som bare omfatter ett årstrinn. En slik omlegging er under arbeid.

B. Presisering av modellen. Regnskapsmessige sammenhenger

1. Faktiske overganger. Regnskapsmessige sammenhenger

Vi skal gi en presis, matematisk formulering av de sammenhenger vi var inne på i kapittel A. Først skal vi definere noen størfrelser:

ϕ_i^t = antall personer som år t er i celle i, for $i=1, 2, \dots, N-1$

ϕ_N^t = antall personer som år t ikke er i noen av cellene 1, 2, ..., N-1, og som år t+1 er i en av cellene 1, 2, ..., N-1

γ_{ij}^t = antall personer som år t er i celle i og år t+1 er i celle j, for $i=1, 2, \dots, N$ og for $j=1, 2, \dots, N-1$

γ_{iN}^t = antall personer som år t er i celle i og år t+1 ikke er i noen av cellene 1, 2, ..., N-1 for $i=1, 2, \dots, N-1$

$\gamma_{NN}^t = 0$ = antall personer som år t ikke var i noen av cellene og som heller ikke var der år t+1.
 ϕ_N^t er regnet ut slik at utflytting og død blant dem som i løpet av perioden blir 6 år eller som flytter inn i landet, er null.

Celle N tar vare på både tilvekst og avgang, men det skal vi komme tilbake til. For å gjøre det mer oversiktlig, innfører vi matrisenotasjon.

$$(2-B-1) \quad \Phi^t = \begin{bmatrix} \phi_1^t \\ \phi_2^t \\ \vdots \\ \phi_N^t \end{bmatrix}$$

$$(2-B-2) \quad \Gamma^t = \begin{bmatrix} \gamma_{11}^t & \gamma_{12}^t & \dots & \gamma_{1N}^t \\ \gamma_{21}^t & \gamma_{22}^t & \dots & \gamma_{2N}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{NI}^t & \gamma_{N2}^t & \dots & \gamma_{NN}^t \end{bmatrix}$$

Vi kaller Φ^t bestandstallene i år t. De N-1 første cellene i Φ^t kan vi tolke som befolkningen eldre enn 5 år i år t. Når vi heretter snakker om befolkningen, er det antall personer eldre enn 5 år vi mener. Videre er alder i år t alltid antall år fylt ved utgangen av år t. ϕ_N^t kan vi tolke som bruttotilvekst en til befolkningen fra år t til år t+1, fordelt på celler.

Vi kommer til å snakke om γ' ene som "strømmer av personer" og ϕ' ene som "bestander av personer" selv om de etter vanlige definisjoner begge er beholdningsstørrelser. Grunnen er at det antakelig letter forståelsen, og unnskyldningen at vi enkelt kan definere den egentlige strømmingsstørrelsen, f. eks. γ_{ij}^t , slik at bare benevningen skiller γ^* og γ . Vi kan definere $\gamma_{ij}^t =$ antall personer som pr. år går fra celle i til j i perioden fra t til t+1. Vi ser da at

$$\gamma_{ij}^t = \gamma_{ij}^{*t} \cdot 1 \text{ år.}$$

Det elementet som er felles for siste rad og siste kolonne i Γ^t , har vi definert lik null. Om vi hadde latt det være forskjellig fra null, kunne en ha tolket det som personer som hadde vært innom befolkningen mellom 1/10 år t og 1/10 år t+1. Det kunne f.eks. være personer som flyttet inn etter 1/10 år t og som døde før 1/10 år t+1. Vi regner at dette ikke har noen interesse i denne sammenheng.

Slik som størrelsene er definert, vil summen av elementene i hver rad i Γ^t være lik elementet i samme rad i Φ^t :

$$(2-B-3) \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}^t = \phi_i^t \text{ for } i = 1, 2, \dots, N$$

og summen av elementene i hver av de N-1 første kolonner i Γ^t vil være lik elementet i samme kolonne i $(\Phi^{t+1})'$:

$$(2-B-4) \sum_{i=1}^N \gamma_{ij}^t = \phi_j^{t+1} \text{ for } j = 1, 2, \dots, N-1$$

Summen av elementene i siste kolonne i Γ^t vil imidlertid være bruttoavgang samlet fra alle celler, fra år t til år t+1, mens elementet i siste kolonne i $(\Phi^{t+1})'$ dvs. elementet i siste rad i Φ^{t+1} , er bruttotilvekst til befolkningen fra år t+1 til år t+2. Vi skal fremstille sammenhengen ved hjelp av matriser.

Først definerer vi overgangskoeffisientene

$$(2-B-5) \partial_{ij}^t = \frac{\gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} \text{ for } i, j = 1, 2, \dots, N$$

Disse stilles sammen i en matrise.

$$(2-B-6) \Delta^t = \begin{bmatrix} \partial_{11}^t & \partial_{12}^t & \dots & \partial_{1N}^t \\ \partial_{21}^t & \partial_{22}^t & \dots & \partial_{2N}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial_{N1}^t & \partial_{N2}^t & \dots & \partial_{NN}^t \end{bmatrix}$$

Av (2-B-3) følger at summen av elementene i hver rad i Δ^t er 1. Δ^t er fremkommet ved at hver rad i Γ^t er dividert med elementet i samme rad i Φ^t . Vi transponerer Δ^t og multipliserer den med Φ^t . Vektoren som kommer ut, kaller vi Φ^{*t+1} .

$$(2-B-7) \Phi^{*t+1} = (\Delta^t)' \Phi^t$$

De N-1 første elementene i Φ^{*t+1} vil være de N-1 første elementene i Φ^{t+1} . Dette følger av (2-B-1) - (2-B-6). Forskjellen mellom Φ^{*t+1} og Φ^{t+1} er at det siste elementet i Φ^{*t+1} er bruttoavgangen fra befolkningen fra år t til år t+1 mens det siste elementet i Φ^{t+1} er bruttotilvekst til befolkningen over 5 år fra år t+1 til år t+2. Men selve befolkningen over 5 år er fordelt på de N-1 første cellene, så denne får vi fra Φ^{*t+1} . Det er først ved videre beregninger at vi vil trenge det siste ledet i Φ^{t+1} . Anta at vi kjenner overgangskoeffisientene for en rekke år fremover, $\Delta^t, \Delta^{t+1}, \dots$ og bruttotilveksten $\Phi_N^{t+1}, \Phi_N^{t+2}, \dots$ og bestanden i år t, Φ^t . Vi har da følgende sammenheng:

$$(2-B-7) \Phi^{*t+1} = (\Delta^t)' \Phi^t$$

For så å få ϕ^{t+1} , skal vi fjerne siste element i ϕ^{*t+1} og sette inn ϕ_N^{t+1} . Vi definerer

$$(2-B-8) \quad I_N^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ som er en kvadratisk } N\text{-matrise}$$

og

$$(2-B-9) \quad v^t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \phi_N^t \end{bmatrix} \text{ som har } N \text{ elementer.}$$

Hvis vi multipliserer I_N^* med en N -vektor, vil vektoren få null som siste element, mens de øvrige blir uforandret. Vi har derfor

$$(2-B-10) \quad I_N^* \phi^{*t+1} + v^{t+1} = \phi^{t+1}$$

(2-B-7) og (2-B-10) gir

$$(2-B-11) \quad I_N^* (\Delta^t)' \phi^t + v^{t+1} = \phi^{t+1}$$

Det kan være verd å merke seg at de sammenhenger vi kommer frem til ikke er teori. Slik som variablene er definert, vil sammenhengene alltid være oppfylt, og de kan derfor betraktes måter å beskrive virkeligheten på.

C. Nærmere om faktiske overganger og teorier

Vi kan vel litt løft si at vi i 2A og særlig i 2B konsentrerte oss om å beskrive befolkningens utdanningsmessige sammensetning og å knytte endringene i denne til strømmer av personer, såvel til og fra som innen utdanningssystemet. De bestandstall og de strømmer vi opererte med, var faktiske størrelser. Hvis en så vil forsøke å si noe om hvorfor eller hordan disse faktiske størrelsene ble som de ble, eller enda mer ambisiøst, hvordan de kommer til å bli i framtida, er det naturlig å se nærmere på hvordan de faktiske størrelsene har framkommet dvs. gå noe dypere i prosessen.

Vi starter rent skjematiske, og tenker oss at vi i år t har befolkningen fordelt på N celler. Vi antar at disse personene har ønsker om hvilken celle de helst vil finne seg i i år $t+1$. Generelt kan vi si at disse ønsker kanaliseres som søkning. Videre antar vi at det er en kontrollinstans, "myndighetene", som aksepterer noen søker og avisir andre. Men blant de søker som blir akseptert, kan det være noen som avslår. I så fall blir det plass til flere, og vi kan få en runde opptak, osv. Vi ser altså på de faktiske strømmer som resultatet av en prosess der tilbud av og etterspørsel etter utdanning møtes i én markedsmessig tilpassing.

I den første delen av dette kapitlet ser vi på den markedsmessige tilpassing og i den siste delen ser vi nærmere på hva etterspørselen avhenger av. Vi regner med at tilbuddet eller opptaket kan fastsettes av myndighetene.

a) Søkning og opptak

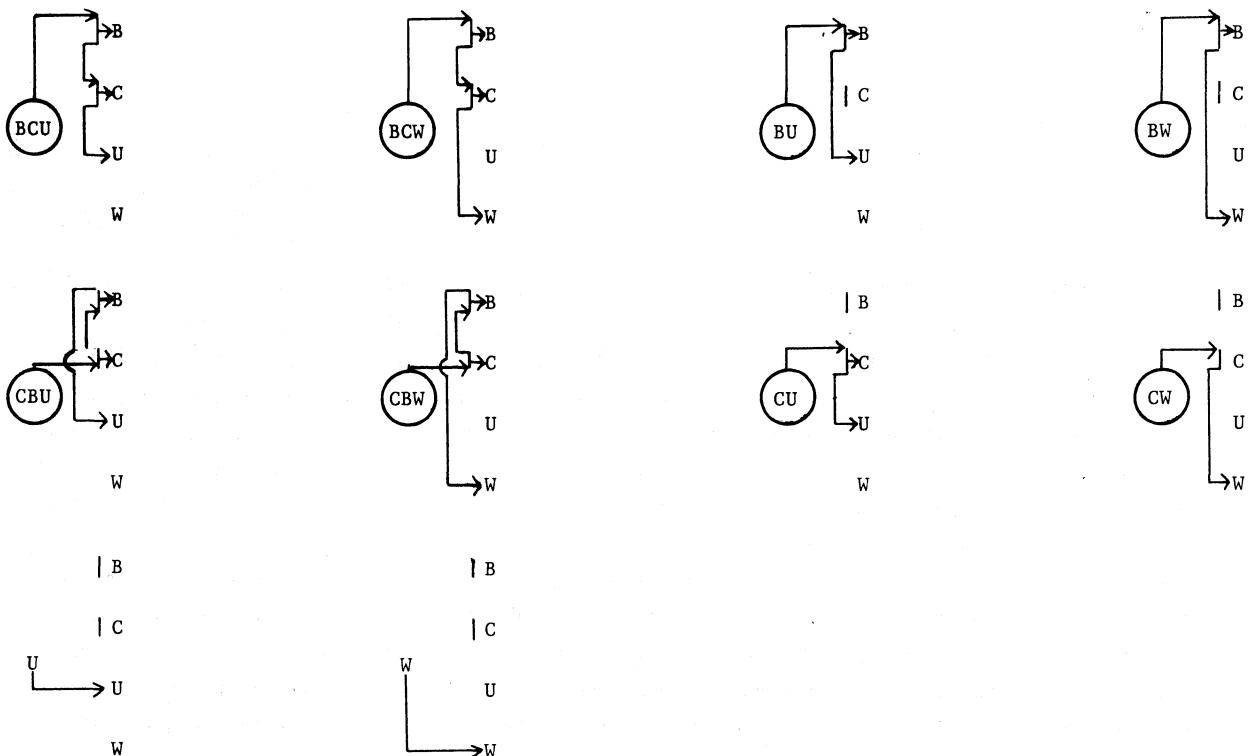
Både γ -ene og δ -ene i avsnitt B er faktisk realiserte størrelser. Vi kaller γ -ene for overganger og δ -ene for overgangsfrekvenser. I dette avsnittet skal vi prøve å se litt på hvordan slike overganger oppstår.

Som vi var inne på i innledningen, består denne prosessen av flere ledd som vi kan kalle "søkning - opptak - akseptering/avslag - nytt opptak - ny akseptering/nytt avslag osv." La oss for eksempel se på overgangen fra gymnasets naturfaglinje til 1. avdeling av medisinstudiet. Noen artianere fra naturfaglinjen søker til medisinstudiet. Bare en del blir tatt opp. Av dem som blir tatt opp er det noen som avslår tilbudet om plass, og noen som aksepterer tilbudet. Som følge av at noen avslår blir det plass til andre som først fikk avslag. Disse kan akseptere eller avslå, osv. Alle som til slutt har akseptert, utgjør det faktiske opptaket.

Den prosessen vi her har referert, kan en ikke se isolert fra tilsvarende prosesser i andre utdanninger. F.eks. er antallet personer fra naturfaglinja som blir tatt opp ved medisinstudiet, påvirket av tallet på søkerne fra andre utdanninger (f.eks. reallinja). Årsaken til dette er at begrensningen til medisinstudiet ligger på det totale opptaket, og ikke alene på opptak av folk med f.eks. naturfaglinjen. Dermed blir det konkurranse om plassene mellom søkerne fra ulike utdanninger. Nå er det ikke bare tallet på søkerne fra en utdanning (reallinja) som påvirker opptaket til medisinstudiet fra en annen (naturfaglinja), men også hvordan søkerne fra de to utdanningene er sammensatt med hen syn til det kriteriet som søkerne plukkes ut etter. Konkuransen fra søkerne fra reallinja er avhengig av om de har bedre karakterer enn søkerne fra naturfaglinja.

Men ikke alle fra naturfaglinja søker til medisinstudiet, og de som søker til dette studiet, søker også til andre utdanninger. Spørsmålet blir da hvilken utdanning de helst vil bli opptatt ved og hvilken utdanning de ønsker å begynne på dersom de ikke kommer inn ved den prioriterte høyest osv. Det blir altså et spørsmål om hvordan den enkelte prioriterer mellom utdanninger som han er kvalifisert til å bli tatt opp ved.

Vi tenker oss en gruppe personer som kan velge mellom fire forskjellige utdanninger (en kunne også snakke om celler og la en av cellene være tilstand avsluttet utdanning). To av disse utdanningene (B og C) er "lukket", mens de to andre (U og W) er "åpne". I prinsippet skulle hver person sette prioritet fra 1 til 4 på hver av de fire utdanningene. Dette ville gi $4! = 24$ ulike prioritetsrekkefølger. Nå er vi ikke interessert i prioriteringene lenger ned enn til den første åpne utdanning, da vedkommende i hvert fall vil bli tatt opp der, om han ikke kommer inn noe annet sted. En "åpen" utdanning i vårt eksempel må ha så mange ledige plasser at kapasitetsgrensen aldri vil bli nådd. De 10 prioritetsrekkefølgene som da er aktuelle er: BCU, CBU, U, BCW, CBW, W, BU, CU, BW, CW. Prioriteringen er angitt ved rekkefølgen av bokstavene. På figuren er hele prosessen beskrevet. Hver av bokstavkombinasjonene med ring rundt angir gruppen av personer med den aktuelle prioritering.



Den første pila utifra bokstavkombinasjonen, angir hvor personer med denne kombinasjonen primært ønsker å komme. En tverrstrek etter pila betyr en skranke. Noen kommer gjennom skranken, mens andre går videre til den neste prioriterte utdanningen. På figuren er noen ledd i prosessen ikke tegnet inn. Det gjelder f.eks. de som først blir avvist fra utdanning B og som så går videre til den neste prioriterte, men som seinere får melding om opptak ved B som følge av at andre har avslått tilbudet om opptak. Slik figuren står, kan den tolkes som de endelige strømmer etter at alle "runder" med nye opptak etter at noen personer har trukket seg, er ferdig.

Nå er vi ikke interessert bare i hvor de enkelte personer går, men også hvor de kommer fra. Vi antar rent skjematiskt at vi har en lukket gruppe som skifter mellom 4 utdanninger og definerer

γ_{ij} = antall personer som går fra i til j, for $i, j = B, C, U, W$

i_k = antall personer i i som har prioriteringen k, for

i = B, C, U, W og k = BCU, BCW, BU, ..., U, W

Hvilke personer i gruppa er det som går inn i overgangstallene γ_{iB} , γ_{iC} , γ_{iU} og γ_{iW} ? Det har vi prøvd å framstille nedenfor. Strek over bokstaven betyr "avvist ved vedkommende utdanning".

$$\gamma_{iB} = \{(iBCU - i\bar{BCU}) + (iBCW - i\bar{BCW}) + (iBU - i\bar{BU}) + (iBW - i\bar{BW}) + (i\bar{CBU} - i\bar{BCU}) + (i\bar{CBW} - i\bar{BCW})\}$$

$$\gamma_{iC} = \{(i\bar{BCU} - i\bar{BCU}) + (i\bar{BCW} - i\bar{BCW}) + (i\bar{BU} - i\bar{BU}) + (i\bar{BW} - i\bar{BW}) + (i\bar{CBU} - i\bar{CBU}) + (i\bar{CBW} - i\bar{CBW}) + (i\bar{CU} - i\bar{CU}) + (i\bar{CW} - i\bar{CW})\}$$

$$\gamma_{iU} = \{ i\bar{BCU} + i\bar{BCW} + i\bar{BU} + i\bar{BW} + i\bar{CBU} + i\bar{CBW} + i\bar{CU} + iU \}$$

$$\gamma_{iW} = \{ i\bar{BCU} + i\bar{BCW} + i\bar{BU} + i\bar{BW} + i\bar{CBU} + i\bar{CBW} + i\bar{CW} + iW \}$$

$$\sum_{j=B}^W \gamma_{ij} = iBCU + iBCW + iBU + iBW + iCBU + iCBW + iCU + iCW + iU + iW$$

Uttrykket for γ_{iB} skal leses slik: " γ_{iB} inneholder personer som a) prioriterte i rekkefølgen BCU minus de av dem som blir avvist fra B, pluss de som b) prioriterte i rekkefølgen BCW minus de av dem som blir avvist fra B, osv.". Ved loddrett summering ser vi at det bare er de 10 aktuelle rekkefølgende som er delt opp.

Denne oppstillingen inneholder muligens også en del overflødige ledd. Over BCU ser vi at noen av dem som er avvist fra B blir tatt opp ved utdanning C (se γ_{iC}). Over CBU ser vi at noen av

dem som er blitt avvist ved C blir tatt opp ved utdanning B (se γ_{iB}). Dette kan virke selvmotsigende, og det er det dersom opptaket til utdanningene B og C er gjort utifra det samme opptakskriteriet. Dersom en person som ikke har høy nok verdi av opptakskriteriet til å komme inn ved B, kommer inn ved utdanningen C, da kan ikke en person som etter dette samme kriteriet er blitt avvist ved utdanning C komme inn ved B. Men om det er ledet ($i\bar{C}BU - i\bar{C}BU$) eller ledet ($i\bar{BCU}-i\bar{BCU}$) som er overflødig, vet vi ikke. Det avhenger av hvilken av de to utdanningene B og C som krever høyest verdi av det felles opptakskriteriet.

Vi må til hver av prioriteringsrekkefølgene (i allfall til de 8 som omfatter de lukkede utdanningene B og C), knytte de ulike verdier av det felles opptakskriteriet. De personene som har prioriteringsrekkefølgen BCU må altså deles inn etter hvilken verdi de har av opptakskriteriet.

Ovenfor har vi antydet hvilke personer som kommer inn under de ulike overgangstall. Vi skal nå prøve å finne hvor mange personer som utfører de ulike overganger, dvs. hvor store overgangstallene blir.

For å få til dette, definerer vi variablene x_1 som gir verdien (nummer, navn el.1.) på den utdanning som en person har gitt første prioritet. x_1 kan her stå for utdanning B, C, U eller W. Tilsvarende står x_2 for den utdanning som en person gir andre prioritet. Har vi med N utdanninger å gjøre, vil x_N stå for den utdanning som får N-te prioritet. I tilfellet med utdanningene B, C, U og W er altså $N = 4$. y står for verdien av det felles opptakskriteriet for utdanningene.

Vi har at den simultane relative hyppighet for variablene x_1, \dots, x_4 og y for personer i utdanning i, er:

$$r_i(x_1, x_2, x_3, x_4, y) \text{ der } \begin{matrix} w & w & w & w & k \\ \sum & \sum & \sum & \sum & r_i(x_1, x_2, x_3, x_4, y) = 1 \text{ for } i = B, C, U, W \\ x_1 = B & x_2 = B & x_3 = B & x_4 = B & y = 1 \end{matrix}$$

som for gitte verdier av x_1, \dots, x_4 og y angir hvor mange (relativt) i utdanning i som har denne bestemte prioritetskombinasjonen og denne bestemte verdien av opptakskriteriet. Dersom vi setter nummer på hver kombinasjon fra 1 til L, kaller hver kombinasjon ℓ og lar y gjelde enhver av de K verdien av opptakskriteriet, har vi at

$$\sum_{\ell=1}^L \sum_{y=1}^K r_i(\ell, y) = 1 \text{ der } L = 4!$$

Denne formelen gjelder også for vårt eksempel. Rett nok har vi ikke spesifisert mer enn til 3. prioritet, men i prinsippet kunne vi ha spesifisert helt ned til 4. og dermed fått tilsammen 24 ulike prioritetskombinasjoner.

Prosesen kan vi tenke oss simulert slik: Vi rankerer personene etter verdien på opptaks-kriteriet, og fordeler "fra toppen" og "nedover". Inntil én av utdanningene når sin kapasitetsgrense kommer alle personene inn etter sin første prioritet. Deretter overveltes fra den fulle utdanning til de resterende. Etter hvert kan flere utdanninger fylles. Prosesen fortsetter til alle personer er fordelt. Det må selvfølgelig være plass til alle. Vi skal gå litt nøyere inn på det.

La oss se på dem som har høyeste verdi av opptakskriteriet y , altså

$$\phi_i \cdot r_i(x_1, x_2, x_3, x_4, K) \text{ for } i = B, C, U, W$$

der K er høyeste verdi av kriteriet, og ϕ_i er tallet på personer i utdanning i. Disse får sin første-prioritet oppfylt helt til kapasitetsgrensen for B eller C nås. Vi antar for enkelhets skyld at når alle personene med verdien K på opptakskriteriet har fått sin førsteprioritet oppfylt, er utdanning B full, mens det fremdeles er plass til flere i C. I U og W er det pr. definisjon alltid plass til flere. Hvor mange som velger hver utdanning, er da avhengig av funksjonsformen r_{i1} i den simultane fordelinga i uttrykket

$$\phi_i \cdot r_{i1}(x_1, K)$$

siden det bare blir førsteprioritetene som kommer til anvendelse. (Forutsetningen om at en med $y=K$ "akkurat dekker" kvoten i B er ikke nødvendig for fortsettelsen av resonnementet. En kunne like gjerne tenke seg at bare en del av de med verdi K kom inn etter loddtrekning, og at de øvrige måtte ta den utdanning de hadde som andre prioritet.)

r_{ij} er definert ved

$$r_{ij}(x_1, \dots, x_n, y) = \sum_{x_1=B}^W \dots \sum_{x_{j-1}=B}^W \sum_{x_{j+1}=B}^W \dots \sum_{x_n=B}^W r_i(x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, y)$$

for

$$\begin{aligned} y &= 1, 2, \dots, K \\ ij &= B, C, U, W \end{aligned}$$

Neste skritt i prosessen er å gå til dem med nest høgste verdi av kriteriet, K-1. Valget til de personene dette gjelder, går fram av

$$\phi_i \cdot r_i(x_1, x_2, \dots, x_n, K-1) \quad \text{for } i = B, C, U, W$$

Nå er imidlertid utdanning B fylt opp av folk med verdien K på opptakskriteriet, og det betyr at ingen av dem med $y = K-1$ kommer inn ved B. Disse må altså ta til takke med sin annenprioritet hvis de har prioritert B først. Slik kan vi fylle opp med personer med stadig lavere verdi på opptakskriteriet, til også utdanning C er full. De gjenværende personer vil deretter komme inn ved den av de utdanninger U og W som de har prioritert høyest.

En ting en bør merke seg, er at vi for hver verdi av y ikke bare kan betrakte en utdanning, men må la i gjelde alle utdanninger som kvalifiserer for opptak ved B, C, U og W. Når vi snakker om at kapasitetsgrensen er nådd ved en utdanning, ligger årsaken i tilgangen fra alle disse utdanningene, ikke bare fra en av dem. For hvert trinn i prosessen (hver verdi av opptakskriteriet) må vi summere over alle søkergrupper for å finne om kapasitetsgrensen er nådd for noen av utdanningene B og C.

Gjennom en slik prosess, kan vi simulere overgangstallene mellom utdanning B, C, U og W. Metoden kan i prinsippet gjelde alle overgangstall i utdanningsmodellen. Forutsetningene for simuleringssprosessen er kjennskap til den simultane fordelingen mellom variablene "prioritet 1", ..., "prioritet N" og "opptakskriterium" av personer i alle utdanninger, og kjennskap til kapasitetsgrensene i hver utdanning B, C, U og W.

Vi har til nå snakket om ett opptakskriterium for alle utdanninger B, C, U og W. Dette er imidlertid noe urealistisk etter som opptakskriteriene ofte vil variere fra utdanning til utdanning. Dette har sammenheng med at utdanningene legger ulik vekt på de forskjellige kvalifikasjoner en søker kan ha, alt etter utdanningens egenart. I prosessen vi har beskrevet ovenfor, fører dette til at vi må utvide tallet på variable i den simultane fordelingen. Dette ville komplisere et eventuelt dataarbeide en del, men det prinsipielle i resonnementet kunne opprettholdes.

Forutsetningen om kjennskap til den simultane fordelingen vil i praksis støte på problemer som skyldes mangel på data om hvilken prioritet den enkelte person gir de enkelte utdanninger. Vi kjenner til slike data for enkelte deler av utdanningssystemet. Dersom vi kan få benytte disse, vil en del viktige overgangstall kunne bli belyst. I [5] er det gjort et første forsøk på å finne en metode for å trekke ut opplysninger om prioteringen mellom utdanninger på grunnlag av opplysninger om personens søkering og opptak til utdanninger. En videreutvikling av denne metode kan også være aktuell.

b) Faktorer som påvirker en persongruppens fordeling med hensyn på prioritetskombinasjoner

Et av de emner innenfor feltet utdanningsøkonomi som har vært mest drøftet i litteraturen, er hvordan ulike faktorer i og utenfor skolesystemet påvirker elevenes valg av utdanning.

Før vi går inn på hvilke faktorer det kan være ønskelig å ta omsyn til i denne modellen, skal vi se litt på hvordan vi kan tenke oss at faktorene kan påvirke fordelingen med hensyn på prioritetskombinasjoner.

Vi har foran beskrevet fordelinga av personer i utdanning i , ϕ_i , med hensyn på prioritetskombinasjoner, ved hjelp av uttrykket

$$r_i(x_1, \dots, x_n, y)$$

eller omskrevet

$$r_i(\ell_1 y)$$

der ℓ representerer en av de L prioritetskombinasjonene, y en av de K verdiene av opptakskriteriet og r_i er verdien av den simultane relative hyppighet med hensyn på variablene "prioritetskombinasjon" og "kriterieverdi".

I avsnitt C har vi ikke sagt noe om sammenheng mellom y og ℓ , og resonnementet er forsåvidt ikke bundet til en avklaring av dette spørsmålet. Men en kunne godt tenke seg at fordelingen med hensyn på ℓ er annerledes for personer med en verdi av y enn for personer med en annen verdi.

La oss se på problemet prinsipielt ved å studere M påvirkningsfaktorer v_1, \dots, v_M . Faktorene er kjennetegn som kan knyttes til alle personer i utdanning i , og den simultane fordeling av personer i utdanning i med hensyn på prioritetskombinasjon og påvirkningsfaktorer, er gitt ved

$$r_i^*(\ell, y) = r_i^*(\ell, y, v_1, v_2, \dots, v_M)$$

Det vi ønsker er å se om persongrupper med ulike verdikombinasjoner av v-ene har ulik fordeling av ℓ , altså studere

$$r_i^*(\ell | y, v, \dots, v_M)$$

Hvilke faktorer er det som kan være aktuelle i en slik analyse? Vi skal nevne noen av de studier av påvirkningsfaktorer vi kjenner til.

Undersøkelser av hvordan ulike faktorer kan påvirke utdanningsvalg, har hittil stort sett vært konsentrert omkring overgang fra examen artium til høyere utdanning, og spesielt akademisk utdanning. Ettersom denne utdanningsmodellen skal omfatte hele utdanningssystemet, kan det bli nødvendig med nærmere analyser av hvordan faktorer påvirker valg mellom utdanninger på gymnasnivå. I dette arbeidet vil en ha stor nytte av det arbeidet som alt er gjort for å finne fram til faktorer som påvirker valget av utdanning på universitets- og høgskolenivå. I [6] har Tove Thagaard Sem undersøkt hvordan faktorer som artiumslinje, artiumskarakter, sosial bakgrunn, hjemsted og kjønn påvirker valg av utdanning og framgangen i utdanningen. Dessuten har hun sett på hvordan faktoren kjønn og hver av de andre faktorene parvis har innvirket på utdanningsferden. Hennes konklusjon er at faktoren kjønn ser ut til å ha stor betydning når det gjelder valg mellom utdanning/ikke utdanning og for valg av studium. Ellers ser det ut til at samvariasjon mellom kjønn og en del andre faktorer, f.eks. sosial bakgrunn, kan gi store utslag i overgangen fra gymnas til akademisk utdanning. Denne undersøkelsen omfatter artianerkull fra 1946, 1951 og 1958. En tilsvarende undersøkelse for kullet fra 1963 [7] synes å bekrefte de resultater som kom fram i Sems undersøkelse.

Sigmund Vangsnæs [8] har undersøkt rekrutteringen til gymnaset og en av hans konklusjoner er at sosial bakgrunn har langt større betydning for rekrutteringen til gymnaset enn geografisk bakgrunn. Når andelen av et ungdomskull som tar artium er lavere i Nord-Norge enn på Østlandet, har dette først og fremst sammenheng med forskjell i sosial sammensetning av befolkningen i de to landsdelene. En annen konklusjon som Vangsnæs trekker er at jentenes valg av gymnaslinje endrer seg lite, selv om deres andel av artiumskullet øker.

Også danske undersøkelser [9, 10] viser at sosial bakgrunn er en dominerende faktor når det gjelder utdanningsvalg, og at mange andre faktorer, som f.eks. foreldrenes økonomi, betyr langt mindre.

Vi vil i denne sammenhengvise til en diskusjon mellom forfatteren av den danske undersøkelsen, Erik Jørgen Hansen, og Olav A. Magnussen om sosiale faktorer i utdanningen [11]. Magnussen kritiserer her at undersøkelsen ikke gjør det mulig å trekke utdanningspolitiske konsekvenser av de observasjonene som er gjort. "Sosial bakgrunn" er ikke en faktor som er politisk manipulerbar. Hansen sier seg langt på veg enig i kritikken, men mener at en ikke må binde seg til å undersøke faktorer som idag er politisk manipulerbare. Han mener at når en har konstatert at sosial bakgrunn har så stor innvirkning på utdanningsatferden, har en også gjort det klart for de som skal styre utdanningspolitikken at en må ta

i bruk virkemidler i og utenfor skolesystemet som kan motvirke påvirkninger fra skole- og familie-miljø, som hindrer at de politiske mål blir nådd. Ettersom ett av målene med utdanningsmodellen er "å være til hjelp ved planlegginga av utbygginga av skoleverket", vil de synspunktene som kom fram i denne diskusjonen være ei nyttig påminning.

Undersøkelsen av faktorer som påvirker utdanningsvalget har pågått i lengre tid i Norge. De faktorer som har vært undersøkt og de konklusjoner en er kommet til, har stort sett vært de samme fra Odd Ramsøys bok om "Samfunnbygning og skolesøking" i 1957 [12] til Sigmund Vangsnes "Hvem blir student i Norge?" fra 1971 [8]. På grunn av at datamaterialet er blitt bedre, er også konklusjonene blitt sikrere med årene.

Det videre arbeid med å analysere bakgrunnsdata bør for vårt formål konsentreres om å finne fram til eventuelle andre påvirkningsfaktorer, og å finne hvordan faktorene simultant kan påvirke parametrerne i modellen. Denne påvirkningen må tallfestes så langt det lar seg gjøre.

En undersøkelse av hvilke andre faktorer som kan påvirke utdanningsvalget, kan f.eks. koncentreres om egenskaper en kan knytte til utdanningene og ikke til personene selv. Arrestad og Fidjestøls undersøkelser [13, 14] er eksempel på hvordan forventningen om inntektsforholdene ved fullføring av en utdanning, kan påvirke utdanningsvalget. Andre påvirkningsfaktorer som er knyttet til utdanningen selv, er f.eks. ordninger for finansiering av utdanningen og forventede arbeidsforhold (arbeidssted, arbeidstid).

Spørsmålet om metode for å analysere sammenhengen mellom overgangstall og faktorer som påvirker disse, er langt på veg avhengig av hvilke data som er tilgjengelig. Vi skal derfor gi en kort oversikt.

Tabell 2-C-1. Data med individ som telleenhet. Omfang (skoleslag eller utdanning), variable, årganger

Omfang	Variable	År
Universiteter og høgskoler	Utdanning (studium, fag og studietrinn), påbegynningsår, tidligere utdanning og år for fullført tidl. utdanning, hjemstedskommune, fars og mors utdanning, forsørgeres yrke, studentens ekteskapelige status og forsørgelsesbyrde, evt. lønnet arbeid	Fra og med høstsemestert 1964
Gymnaseksamen	Elevstatus (elev, privatist), gymnaslinje, forutdanning, hjemstedskommune, fars og mors utdanning, forsørgeres yrke, eksamsutfall	1968 - 1971
Distrikthøgskoler	Studieretning, studietrinn, påbegynningsår, forutdanning og år for avsluttet forutdanning	Fra og med 1969
Avslutta utdanning (avslutting av all utdanning over 300 timer)	Utdanningens art, heltid - deltid, utfall (avbrutt, ikke fullført ellers, fullført)	Fra og med 1. halvår 1971

Dessuten har en opplysning om kjønn og fødselsår for alle.

I tillegg vil vi nevne data som Folketellingen 1970 inneholder og som skulle gi en del bakgrunnsopplysninger til bruk ved en analyse av påvirkningsfaktorer. Aktuelle variable kan være: Utdanning, hjemsted, elev, skolested, yrkesaktivitet.

Tabell 2-C-2. Data med utdanning som telleenhet. Omfang (utdanning), variable, år

Omfang	Variable	År
Grunnskoleutdanning	Elever i alt og på ulike klassetrinn, tallet på elever kommune, innføringsår i kommunen	Fra og med 1958 (for folkeskoleutdanning ennå tidligere)
Folkehøgskoleutdanning, Realskoleutdanning, Gymnasutdanning	Elever i alt og etter kjønn og klassetrinn, søker, skolekommune	Alle variable er registrert fra og med 1960
Fagutdanning på gymnas-nivå og på universitets-nivå I	Elever i alt, skolekommune, tallet på søker for noen utdanninger	Fra og med 1962
Andre utdanninger på universitetsnivå I og II	Elever i alt, tallet på søker for noen utdanninger	Fra og med 1964

I tillegg kommer en del data som gjelder for flere utdanninger samlet, der en må splitte opp etter skjønn.

Resultatene av studier av utbyttet for den enkelte av å investere i utdanning, kan muligens nytes i en analyse av påvirkningsfaktorer, jfr. Arrestad [13] og Fidjestøl [14].

c) En enkel stokastisk modell

I en praktisk analyse vil det ofte være nødvendig å utforme teoriene stokastisk på en eller annen måte. Vi skal her skissere en enkel stokastisk modell som passer for å beskrive overgangene fra år til år i de tilfelle hvor alle overganger er uten beskrankninger, dvs. hvor alle får sin første-prioritet oppfylt. Vi har foreløpig ikke hatt tid til å se på hvordan modellen kan bygges ut til å beskrive mer kompliserte og realistiske situasjoner. Hvis vi har data for prioritetskombinasjoner, kan modellen imidlertid brukes til å studere virkningene på disse av faktorer. I stedet for å tolke "j" som "cellen i år $t+1$ ", tolker vi den da som "prioritetskombinasjon nr. j". Om vi ser på (2-C-2), vil vi da tolke

$$y_{ij}^{st} = \begin{cases} 1 & \text{hvis person } s \text{ i år } t \text{ er i celle } i \text{ og har prioritetskombinasjon } j \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$\text{for } \left\{ \begin{array}{l} i=1,2,\dots,N \\ s=1,2,\dots,S \\ j=1,2,\dots,L \\ t=0,1,2,\dots,T \end{array} \right.$$

der L er totalt antall prioritetskombinasjoner. En videre utbygging kan følge f.eks. de linjer vi skisserte i 2 C a). Begrepsapparatet vi her utvikler, kan da brukes, og det er grunnen til at vi har gjort det såpass presist. Konklusjonene nedenfor er jo i seg selv nokså trivielle, og rettferdiggjør vel ikke en så omstendelig framstilling.

Nedenfor snakker vi om overgangssannsynligheter, men dette er da altså bare en av de mulige tolkninger. Alle sammenhengene som utledes, er uavhengig av denne eller andre tolknninger.

Vi vil her skrive alle stokastiske variable med store bokstaver og alle parametre i fordelinger og realiserte verdier av stokastiske variable med små bokstaver, hvis ikke annet uttrykkelig er sagt. Unntak er de ikkestokastiske størelsene N og S.

Vi har S personer. Hvert år befinner hver av dem seg i én og bare én av N celler. Personenes plassering hvert år og bevegelse fra år til år skal vi simulere ved stokastiske binærvariable.

$$(2-C-1) \quad \left\{ \begin{array}{l} P[Z_1^{so} = 1 \wedge Z_2^{so} = 0 \wedge \dots \wedge Z_N^{so} = 0] = f_1^{so} \\ P[Z_1^{so} = 0 \wedge Z_2^{so} = 1 \wedge \dots \wedge Z_N^{so} = 0] = f_2^{so} \\ \vdots \\ P[Z_1^{so} = 0 \wedge Z_2^{so} = 0 \wedge \dots \wedge Z_N^{so} = 1] = f_N^{so} \\ \sum_{i=1}^N f_i^{so} = 1, \quad f_i^{so} \geq 0 \text{ for } i=1, 2, \dots, N \end{array} \right\} \text{ for } s = 1, 2, \dots, S$$

$$(2-C-2) \quad \left\{ \begin{array}{l} P[Y_{i1}^{st} = 0 \wedge Y_{i2}^{st} = 0 \wedge \dots \wedge Y_{iN}^{st} = 0 | Z_i^{st} = 0] = 1 \\ P[Y_{i1}^{st} = 1 \wedge Y_{i2}^{st} = 0 \wedge \dots \wedge Y_{iN}^{st} = 0 | Z_i^{st} = 1] = p_{i1}^{st} \\ P[Y_{i1}^{st} = 0 \wedge Y_{i2}^{st} = 1 \wedge \dots \wedge Y_{iN}^{st} = 0 | Z_i^{st} = 1] = p_{i2}^{st} \\ \vdots \\ P[Y_{i1}^{st} = 0 \wedge Y_{i2}^{st} = 0 \wedge \dots \wedge Y_{iN}^{st} = 1 | Z_i^{st} = 1] = p_{iN}^{st} \\ \sum_{j=1}^N p_{ij}^{st} = 1 \quad p_{ij}^{st} \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, N \end{array} \right\} \text{ for } \begin{cases} i=1, 2, \dots, N \\ s=1, 2, \dots, S \\ t=0, 1, \dots, T \end{cases}$$

$$(2-C-3) \quad z_i^{st} = \sum_{j=1}^N y_{ji}^{st-1} \quad \text{for } \begin{cases} s=1, 2, \dots, S \\ i=1, 2, \dots, N \\ t=1, 2, \dots, T \end{cases}$$

$$(2-C-4) \quad z^{st} = \begin{bmatrix} z_1^{st} \\ z_2^{st} \\ \vdots \\ z_N^{st} \end{bmatrix}$$

$$(2-C-5) \quad y^{st} = \begin{bmatrix} y_{11}^{st} & y_{12}^{st} & \dots & y_{1N}^{st} \\ y_{21}^{st} & y_{22}^{st} & \dots & y_{2N}^{st} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{N1}^{st} & y_{N2}^{st} & \dots & y_{NN}^{st} \end{bmatrix} \quad \text{for } \begin{cases} s=1, 2, \dots, S \\ t=0, 1, \dots, T \end{cases}$$

$$(2-C-6) \quad p^{st} = \begin{bmatrix} p_{11}^{st} & p_{12}^{st} & \dots & p_{1N}^{st} \\ p_{21}^{st} & p_{22}^{st} & \dots & p_{2N}^{st} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{N1}^{st} & p_{N2}^{st} & \dots & p_{NN}^{st} \end{bmatrix}$$

Z' ene angir i hvilke celler de enkelte personer befinner seg i de enkelte år. For person s i år har vi de N Z 'er: $Z_1^{st}, Z_2^{st}, \dots, Z_N^{st}$, hvorav én er lik 1 og de øvrige er lik null. Fotskriften på den Z som er lik 1, er nummeret på cellen personen er i.

Analogt angir Y' ene personenes bevegelse fra år til år. For person s i år t har vi de N^2 Y 'ene: $y_{11}^{st}, y_{12}^{st}, \dots, y_{1N}^{st}, y_{21}^{st}, y_{22}^{st}, \dots, y_{2N}^{st}, \dots, y_{N1}^{st}, y_{N2}^{st}, \dots, y_{NN}^{st}$, hvorav én er lik 1 og de øvrige null. Hvor personen befinner seg i år t og hvor han går år $t+1$, leses ut av henholdsvis første og annen fotskrift på den Y som er lik 1.

Vi ser at situasjonen i utgangsåret 0, er definert ved (2-C-1). Videre er overgangene fra år 0 til 1 definert ved (2-C-2) for $t=0$, og situasjonen i år 1 definert ved (2-C-3) for $t=1$. Så får vi overgangene fra år 1 til år 2 ved (2-C-2) for $t=1$, situasjonen i år 2 ved (2-C-3) for $t=2$, osv.

Vi skal utlede noen forventninger

(2-C-1) =>

$$(2-C-7) E[z_i^{s0}] = f_i^{s0} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N \text{ og } s=1, 2, \dots, S$$

(2-C-2) =>

$$(2-C-8) E[Y_{ij}^{st} | z_i^{st}] = z_i^{st} p_{ij}^{st} \quad \text{for } \begin{cases} i, j = 1, 2, \dots, N \\ s = 1, 2, \dots, S \\ t = 0, 1, \dots, T \end{cases}$$

(2-C-2) og (2-C-3) =>

$$(2-C-9) E[Z_i^{st} | z_1^{st-1}, z_2^{st-1}, \dots, z_N^{st-1}] = \sum_{j=i}^N z_j^{st-1} p_{ji}^{st-1} \quad \text{for } \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ s = 1, 2, \dots, S \\ t = 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

(2-C-9) kan også skrives på matriseform som

$$E[Z^{st} | z^{st-1}] = (p^{st-1})^t z^{st-1}$$

Det er verd å merke seg at vi antar at Y 'ene for ulike personer er uavhengige. Dvs. personene velger uavhengig av hverandre. Grunnene til at vi gjør denne antakelsen, er for det første at den gjør det hele håndterlig, og for det andre at det ikke virker så urimelig. Rett nok kan det virke som om personer påvirker hverandres valg. Men selv om det sies f.eks. at noen utdanninger er "motebetonte", kan dette i mange tilfelle forklares ved at p 'ene er funksjoner av "moteskapende faktorer", slik at Y 'ene blir uavhengige fra person til person. Det kan imidlertid også tenkes at de enkelte personer "ser hva de andre gjør" når de treffer sitt valg, og i så fall blir Y 'ene avhengige fra person til person.

Dette gjelder altså virkninger som gjør seg gjeldende innen ett og samme år. Virkninger fra år til år, kan i prinsippet bygges inn i modeller nedenfor. Dette gjelder f.eks. "smitte-effekter" som Stone beskriver i [20]. Denne går ut på at det er sammenhenger mellom samme overgangskoeffisienter fra år til år. La oss anta at alle personer i samme celle i i år t , har samme overgangssannsynlighet til celle j i år $t+1$, og skrive p_{ij}^t . Teorien er da at

$$p_{ij}^{t+1} = p_{ij}^t [1 + a_{ij}(1 - b_{ij} - p_{ij}^t)] \text{ for } a_{ij} \geq 0 \text{ og } a_{ij} \leq 1$$

eller

$$\Delta p_{ij}^t = p_{ij}^{t+1} - p_{ij}^t = p_{ij}^t a_{ij}(1 - b_{ij} - p_{ij}^t)$$

Det kan vises at ut fra en vilkårlig verdi større enn null, vil p_{ij}^t gå mot $1 - b_{ij}$ når t vokser. Farten vil avhenge av a_{ij} ; jo større a_{ij} , jo fortare vil p_{ij}^t gå mot $1 - b_{ij}$. Dessuten vil farten variere underveis. Den er størst når $p_{ij}^t = \frac{1 - b_{ij}}{2}$, og mindre jo større $|p_{ij}^t - \frac{1 - b_{ij}}{2}|$ er.

Ideen bak er at tanken om å ta en bestemt utdanning, sprer seg som smitte: Avhengig på den ene siden av antall smittebærere, angitt ved p_j^t , og på den andre side av hvor mange det er igjen som kan la seg smitte, angitt ved $1 - b_{ij} - p_{ij}^t$. b_{ij} er de som er immune.

Vi definerer så stokastiske variable som naturlig tolkes som bestandtall i celle i i år t :

$$(2-C-10) \phi_i^t = \sum_{s=1}^S z_i^{st} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, N \text{ og } t=0, 1, 2, \dots, T \text{ og } s=1, 2, \dots, S$$

Videre definerer vi stokastiske variable som vi tolker som overgangstall fra celle i til celle j , fra år t til år $t+1$:

$$(2-C-11) \Gamma_{ij}^t = \sum_{s=1}^S Y_{ij}^{st} \quad \text{for } i, j=1, 2, \dots, N \text{ og } t=0, 1, 2, \dots, T \text{ og } s=1, 2, \dots, S$$

(2-C-1) - (2-C-3) og (2-C-10) - (2-C-11), definerer fordelingene for Z' ene, Y' ene, Φ' ene og Γ' ene. Vi er særlig interessert i fordelingene til Γ' ene og Φ' ene.

I det generelle tilfellet blir imidlertid disse ganske kompliserte, og vi skal derfor se på fordelingene under to ulike alternative forutsetninger om p' ene.

For å forenkle notasjonen, skal vi innføre vektorer og matriser

$$(2-C-12) \quad \Phi^t = \begin{bmatrix} \Phi_1^t \\ \Phi_2^t \\ \vdots \\ \Phi_N^t \end{bmatrix}$$

$$(2-C-13) \quad \Gamma^t = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}^t & \Gamma_{12}^t & \dots & \Gamma_{1N}^t \\ \Gamma_{21}^t & \Gamma_{22}^t & \dots & \Gamma_{2N}^t \\ \vdots & & & \\ \Gamma_{N1}^t & \Gamma_{N2}^t & \dots & \Gamma_{NN}^t \end{bmatrix} \quad \text{for } t=0,1,2, \dots, T$$

$$(2-C-14) \quad \Delta^t = \begin{bmatrix} \Delta_{11}^t & \Delta_{12}^t & \dots & \Delta_{1N}^t \\ \Delta_{21}^t & \Delta_{22}^t & \dots & \Delta_{2N}^t \\ \vdots & & & \\ \Delta_{N1}^t & \Delta_{N2}^t & \dots & \Delta_{NN}^t \end{bmatrix} \quad \text{for } t=0,1, \dots, T$$

der

$$(2-C-15) \quad \Delta_{ij}^t = \frac{\Gamma_{ij}^t}{\Phi_i^t} \quad \text{for } \begin{cases} t=0,1, \dots, T \\ i,j=1,2, \dots, N \end{cases}$$

Til slutt, før vi ser på virkningen av mer restriktive forutsetninger om p' ene, skal vi utlede noen flere forventninger

(2-C-8) og (2-C-11) =>

$$(2-C-14) E[\Gamma_{ij}^t | z_i^{st}] = \sum_{s=1}^S z_i^{st} p_{ij}^{st} \quad \text{for } \begin{cases} t=0,1, \dots, T \\ i,j=1,2, \dots, N \end{cases}$$

(2-C-9) - (2-C-10) =>

$$(2-C-15) E[\Gamma_{ij}^{t+1} | z_i^{st}] = \sum_{s=1}^S (p^{st})' z_i^{st} \quad \text{for } t=0,1, \dots, T$$

I. Alle personer i samme celle samme år har de samme overgangssannsynligheter.

$$(2-C-16) \quad p^{st} = p^t \quad \text{for } t = 0, 1, 2, \dots, T \quad \text{og } s=1,2,\dots, S$$

Ved gitt verdi av z_i^{st} , slik at Φ_i^t blir gitt, blir $\Gamma_{i1}^t, \Gamma_{i2}^t, \dots, \Gamma_{iN}^t$ multinomisk fordelt med parametre $\Phi_i^t, p_{i1}^t, p_{i2}^t, \dots, p_{iN}^t$

(2-C-1)-(2-C-3), (2-C-10)-(2-C-11) og (2-C-16) =>

$$(2-C-17) \quad P[\Gamma_{ij}^t = \gamma_{i1}^t \cap \Gamma_{i2}^t = \gamma_{i2}^t \cap \dots \cap \Gamma_{iN}^t = \gamma_{iN}^t \mid \phi_i^t = \phi_i^t]$$

$$= f_{\Gamma_i}^t(\gamma_{i1}^t, \gamma_{i2}^t, \dots, \gamma_{iN}^t; \phi_i^t, p_{i1}^t, p_{i2}^t, \dots, p_{iN}^t)$$

$$= \frac{(\phi_i^t)^N}{N!} \prod_{j=1}^N (p_{ij}^t)^{\gamma_{ij}^t} \quad \text{for } \begin{cases} i=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

$$\prod_{j=1}^N (\gamma_{ij}^t)!$$

De betingede, marginale fordelinger blir

$$P[\Gamma_{ij}^t = \gamma_{ij}^t \mid \phi_i^t = \phi_i^t] = f_{\Gamma_{ij}}^t(\gamma_{ij}^t; \phi_i^t, p_{ij}^t)$$

$$= \frac{\phi_i^t}{\gamma_{ij}^t} (p_{ij}^t)^{\gamma_{ij}^t} (1-p_{ij}^t)^{\phi_i^t - \gamma_{ij}^t}$$

De enkelte Γ_{ij}^t blir altså binomisk fordelt når ϕ_i^t er gitt. Betingede forventninger og varianser blir:

$$(2-C-18) \quad E[\Gamma_{ij}^t \mid \phi_i^t] = p_{ij}^t \phi_i^t \quad \left. \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, N \\ j=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{array} \right\}$$

$$(2-C-19) \quad \text{var}[\Gamma_{ij}^t \mid \phi_i^t] = p_{ij}^t \phi_i^t [1-p_{ij}^t] \quad \left. \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, N \\ j=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{array} \right\}$$

Hvis vi har et gitt sett ϕ^t 'er: $\phi_1^t = \phi_1^t, \phi_2^t = \phi_2^t, \dots, \phi_N^t = \phi_N^t$ og vil estimere p_{ij}^t , ser vi at

$$(2-C-20) \quad \hat{p}_{ij}^t = \frac{\Gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} \quad \text{for } \begin{cases} i=1, 2, \dots, N \\ j=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

er en forventningsrett og konsistert estimator for p_{ij}^t :

$$(2-C-21) \quad E[\hat{p}_{ij}^t \mid \phi_i^t] = p_{ij}^t \quad \left. \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, N \\ j=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{array} \right\}$$

$$(2-C-22) \quad \text{var}[\hat{p}_{ij}^t \mid \phi_i^t] = \frac{1}{(\phi_i^t)^2} \phi_i^t p_{ij}^t (1-p_{ij}^t) = \frac{p_{ij}^t (1-p_{ij}^t)}{\phi_i^t} \quad \left. \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, N \\ j=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{array} \right\}$$

Dvs. at

$$\lim_{\phi_i^t \rightarrow \infty} \text{var}[\hat{p}_{ij}^t \mid \phi_i^t] = 0 \quad \left. \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, N \\ j=1, 2, \dots, N \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{array} \right\}$$

slik at

$$\text{plim}[\hat{p}_{ij}^t \mid \phi_i^t] = p_{ij}^t$$

$$\phi_i^t \rightarrow \infty$$

Videre ser vi at vi alltid vil få estimert summen av overgangssannsynlighetene fra én celle lik

1. Summen av estimatorene blir

$$\sum_{j=1}^N \hat{p}_{ij}^t = \frac{\sum_{j=1}^N \Gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} = \frac{\sum_{s=1}^S \sum_{j=1}^N Y_{ij}^{st}}{\sum_{s=1}^S Z_i^{st}} = \frac{\sum_{s=1}^S Z_1^{st}}{\sum_{s=1}^S Z_1^{st}} = 1$$

Det første likhetsteget følger av (2-C-20), det andre av (2-C-10) og (2-C-11) og det tredje av (2-C-2).

Vi kan også konstruere konfidensintervall for p_{ij}^t . F.eks. har vi, i de tilfelle Γ_{ij}^t kan betraktes som tilnærmet normalfordelt, (Se [15] side 191-192.) at

$$(2-C-24) \quad 1-\epsilon \approx P \left[\frac{\Gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} - z_{1-\frac{\epsilon}{2}} \frac{1}{\phi_i^t} \sqrt{\Gamma_{ij}^t \left(1 - \frac{\Gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} \right)} < p_{ij}^t < \frac{\Gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} + z_{1-\frac{\epsilon}{2}} \frac{1}{\phi_i^t} \right]$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{\Gamma_{ij}^t \left(1 - \frac{\Gamma_{ij}^t}{\phi_i^t} \right)} \\ \phi_1^t = \phi_i^t \end{array} \right|$$

der $z_{1-\frac{\epsilon}{2}}$ er $1 - \frac{\epsilon}{2}$ fraktilen i den normaliserte normalfordelingen. F.eks. vil $\phi_i^t = 1000$ og $\gamma_{ij}^t = 100$ gi

0,1 som punktestimat på p_{ij}^t og $[0,0814, 0,1186]$ som intervallestimate for p_{ij}^t når vi har konfidensgrad 0,95. $\phi_i^t = 10000$ og $\gamma_{ij}^t = 1000$ vil gi samme punktestimat på p_{ij}^t , men intervallestimatelet er nå mindre: $[0,0941, 0,1059]$ med samme konfidensgrad.

I vedlegg 5 er det gjengitt et sett slike konfidensintervall, beregnet ut fra overgangstallene fra 1969 og 1970. Overgangskoeffisientene i vedlegg 2 kan tolkes som de tilsvarende punktestimater.

II. Variasjoner i overgangssannsynlighetene innen samme celle

Det er mulig at en persons overgangssannsynligheter også avhenger av andre ting enn hvilken celle vedkommende er i. Overgangssannsynlighetene kan variere med f.eks. kjønn, foreldres inntekt, tidligere utdanning osv. Formelt kan vi tenke oss at

$$(2-C-25) \quad p_{ij}^{st} = p_{ij}(v_1^{st}, v_2^{st}, \dots, v_M^{st})$$

$$\text{for } \begin{cases} i, j=1, 2, \dots, N \\ s=1, 2, \dots, S \\ t=0, 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

der de M v 'ene betegner verdien på M slike faktorer. Vi har i og med (2-C-25) forutsatt at de M v 'ene kan påvirke ulike overgangssannsynligheter ulikt, men at avhengighetsforholdet er konstant over tiden og fra person til person.

Det bør vel bemerknes med en gang, at vi foreløpig har verken data eller teorier til å ta i bruk noe av det som presenteres nedenfor. Vi håper imidlertid på å kunne skaffe oss dette senere, og resten av avsnitt 2 C c) må derfor betraktes som ideer vi håper å få bruk for i det senere arbeid, og ikke som beskrivelse av en anvendt analysemetode.

Hvis vi ikke kan spesifisere avhengighetsforholdet nærmere enn ved (2-C-25), er det igrunnen et aggregteringsproblem. Prinsipielt kan vi da klassifisere personene hvert år, ikke bare etter den cellen de er i, men også etter verdien på v 'ene, slik at vi bare "slår sammen" personer med like overgangssannsynligheter. Hvis hver av de M faktorene kan anta K verdier, kan vi få å dele de S personene i $N \cdot M \cdot K$ grupper hvert år. (Det kan være at noen v -kombinasjoner ga samme p . I så fall kan vi slå disse sammen.) Vi kan bruke begrepsapparatet i I, hvis vi lar i og j gå fra 1 til $N \cdot M \cdot K$ i stedet for fra 1 til N . Strømmene mellom disse grupper fra år til år, vil bli multinomisk fordelt. Strømmene mellom cellene vil da bli summer av multinomisk fordelte variable. Under visse forutsetninger, jfr. likning (2-C-24), vil strømmene bli tilnærmet normalfordelt (graden av tilnærmingen avhengig av p 'er og ϕ 'er.) I alle tilfelle vil forventningene bli veide gjennomsnitt av de ulike overgangssannsynligheter, med bestandene i de respektive grupper som vekter.

Vi skal i stedet se nærmere på tilfellet der vi kunne si noe mer om overgangskoeffisientenes avhengighet av andre faktorer. Vi skal holde oss til lineær avhengighet, og tenker oss generelt at de enkelte personers overgangssannsynligheter er

$$(2-C-26) \quad p_{ij}^{st} = \sum_{m=1}^M a_{ijm} v_m^{st} \quad \text{for } \begin{cases} s=1, 2, \dots, S \\ t=0, 1, \dots, T \\ i, j=1, 2, \dots, N \end{cases}$$

der

a' ene er koeffisienter og
 v' ene er ikke-stokastiske variable

(2-C-26) må betraktes bare som en antydning av en mulig vei å gå, og ikke som en teori som skal prøves. Det er blant andre svakheter ikke tatt hensyn til de restriksjonene på p' ene som følger av at de tolkes som sannsynligheter. Vi skal i det følgende ikke gå inn på det problemet, men utvikle estimeringsmetoder for a_{ij1}^t og a_{ij2}^t , med utgangspunkt i (2-C-26) for $M=2$.

(2-C-8) og (2-C-26) gir nå

$$(2-C-27) \quad E[Y_{ij}^{st}|z_i^{st}] = z_i^{st} \sum_{m=1}^M a_{ijm} v_m^{st}$$

Vi tenker oss så at vi har et materiale som består av de personer som befant seg i celle i i år t , med opplysninger om hver person med angivelse av hvorvidt vedkommende gikk over til celle j i år $t+1$, og verdien på påvirkningsfaktoren. Vi antar at $M=2$ og at den ene v' en alltid er lik 1, dvs. at vi har en lineær avhengighet med høyresidevariabel og konstantledd. Vi har da et observasjonssett av v^t og y_{ij}^t (2. kolonne i v^t tar vare på konstantleddet).

$$(2-C-28) \quad Y_{ij}^t = \begin{bmatrix} Y_{ij}^{1t} \\ Y_{ij}^{2t} \\ \vdots \\ Y_{ij}^{\phi t} \end{bmatrix} \quad \text{og } (2-C-29) \quad v^t = \begin{bmatrix} v^{1t} & 1 \\ v^{2t} & 1 \\ \vdots & \\ v^{\phi t} & 1 \end{bmatrix}$$

når vi nummererer de personene som var i celle i i år t , fra 1 til ϕ . Egentlig heter det ϕ_i^t , men vi skriver ϕ for letthets skyld så lenge det ikke kan misforstås. I avhengighetsforholdet mellom Y og v inngår koeffisientvektoren

$$(2-C-30) \quad a_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij1} \\ a_{ij2} \end{bmatrix}$$

Vår antakelse om sammenheng, kan vi presisere til

$$(2-C-31) \quad P[Y_{ij}^{st} = 1] = a_{ij1} v^{st} + a_{ij2} = p_{ij}^{st}$$

$$P[Y_{ij}^{st} = 0] = 1 - a_{ij1} v^{st} - a_{ij2} = 1 - p_{ij}^{st}$$

som gir

$$(2-C-32) \quad E[Y_{ij}^{st}] = a_{ij1} v^{st} + a_{ij2}$$

og

$$(2-C-33) \quad \text{var } Y_{ij}^{st} = (a_{ij1} v^t + a_{ij2}^t) (1 - a_{ij1} v^{st} - a_{ij2}^t).$$

De vanlige, minste kvadraters estimator for a_{ij} , kaller vi \hat{a}_{ij} . De er definert ved

$$(2-C-34) \quad (v^t)' v^t a_{ij} = (v^t)' Y_{ij}^t$$

Det kan greit vises at momentmatrisen $\frac{1}{\phi}(v^t)' v^t$ er singulær hvis og bare hvis $v^{1t} = v^{2t} = \dots = v^{\phi t}$, men i så fall har jo alle personer samme overgangssannsynlighet og vi er tilbake til tilfellet foran. Vi antar at momentmatrisen er ikke-singulær, og får

$$(2-C-35) \quad \hat{a}_{ij} = \left[\frac{1}{\phi} (v^t)' v^t \right]^{-1} \frac{1}{\phi} (v^t)' Y_{ij}^t$$

Vi løser (2-C-35) eksplisitt m.h.p. \hat{a}_{ij1} og \hat{a}_{ij2} og får

$$(2-C-36) \quad \hat{a}_{ij1} = \frac{\sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} (v^{st} - \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} v^{st})}{\sum_{s=1}^{\phi} (v^{st} - \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} v^{st})^2}$$

og

$$(2-C-37) \quad \hat{a}_{ij2} = \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} - \hat{a}_{ij1} \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} v^{st}$$

idet vi nå har sløyfet mellomregningen.

Vi skal nå skrive estimatorene litt om, og definerer

$$\bar{v}^t = \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} v^{st}$$

og

$$\bar{v}_j^t = \frac{1}{\gamma} \sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} v^{st}$$

og

$$(s^t)^2 = \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} (v^{st} - \bar{v}^t)^2$$

Setter vi dette inn i (2-C-36) og (2-C-37), får vi

$$\hat{a}_{ij1} = \frac{\gamma \bar{v}_j^t - \bar{v}^t}{(s^t)^2}$$

og

$$\hat{a}_{ij2} = \frac{\gamma}{\phi} - \hat{a}_{ij1} \bar{v}^t$$

Det vi trenger er altså ϕ som er antall personer i celle i i år t , γ som er antallet av disse som går over til celle j i år $t+1$, $(s^t)^2$ som er den empiriske variansen på v for alle personer i celle i i år t , \bar{v}^t som er gjennomsnittsverdien på v for personene i i og \bar{v}_j^t som er gjennomsnittsverdien på v for de personene som går over til j .

Vi ser at jo flere som går over og jo høyere deres gjennomsnittlige v -verdi er, desto større blir estimatet for a_{ij} , dvs. betydningen av faktoren v .

Estimatorene er begge forventningsrette og konsistente under rimelige forutsetninger. Vi har (2-C-32) og (2-C-36) =>

$$(2-C-38) \quad \hat{Ea}_{ij1}^t = \frac{\frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} (a_{ij1} v^{st} + a_{ij2})(v^{st} - \bar{v}^t)}{\frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} (v^{st} - \bar{v}^t)^2} = \hat{a}_{ij1}$$

(2-C-32) og (2-C-37) =>

$$(2-C-39) \quad \hat{Ea}_{ij2}^t = \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} EY_{ij}^{st} - \bar{v}^t \hat{Ea}_{ij1}^t$$

$$= a_{ij1} \bar{v}^t + a_{ij2} - a_{ij1} \bar{v}^t = a_{ij2}$$

Så ser vi på konsistensen til \hat{a}_{ij1}

(2-C-33) og (2-C-36) =>

$$(2-C-40) \quad \text{var } \hat{a}_{ij1} = \frac{\sum_{s=1}^{\phi} (a_{ij1}^{st} + a_{ij2}^{st})(1-a_{ij1}^{st} - a_{ij2}^{st})(v^{st} - \bar{v}^t)^2}{\left[\sum_{s=1}^{\phi} (v^{st} - \bar{v}^t)^2 \right]^2}$$

Denne variansen skriver vi litt om, ved hjelp av (2-C-31), og får

$$\text{var } \hat{a}_{ij1} = \frac{\sum_{s=1}^{\phi} p_{ij}^{st} (1-p_{ij}^{st}) (v^{st} - \bar{v}^t)^2}{\sum_{s=1}^{\phi} (v^{st} - \bar{v}^t)^2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} (v^{st} - \bar{v}^t)^2} \cdot \frac{1}{\phi}$$

Det første leddet er et veiet gjennomsnitt av $p_{ij}^{lt} (1-p_{ij}^{lt})$, ..., $p_{ij}^{\phi t} (1-p_{ij}^{\phi t})$. Hvis alle personers faktiske, ikke observerbare overgangssannsynligheter ligger mellom 0 og 1, vil alle leddene i denne rekken ligge mellom 0 og $\frac{1}{2}$, uansett ϕ dvs. uansett hvor mange personer vi har i observasjonsmaterialet. Da vil også det veide gjennomsnitt ligge mellom 0 og $\frac{1}{2}$.

Det andre leddet er den inverse av den empiriske variansen for v'ene, og det tredje leddet er den inverse av antall personer i materialet.

- Tilstrekkelige betingelser for at \hat{a}_{ij1}^t skal bli konsistent, er derfor at
 - personenes overgangssannsynligheter til j ligger mellom 0 og 1,
 - den empiriske variansen på v konvergerer

Vi går fram litt annerledes når vi ser på konsistensen til den andre estimatoren. Vi antar at den første estimatoren er konsistent, og skriver det som

$$(2-C-41) \quad p \lim \hat{a}_{ij1} = a_{ij1}$$

(2-C-37) og (2-C-41) =>

$$p \lim \hat{a}_{ij2} = p \lim \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} - a_{ij1} \bar{v}^t$$

(2-C-32) og (2-C-33) =>

$$E \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} = a_{ij1} \bar{v}^t + a_{ij2}$$

og

$$\begin{aligned} \text{var } \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} &= \left[\frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} (a_{ij1}^{st} + a_{ij2}^{st})(1-a_{ij1}^{st} - a_{ij2}^{st}) \right] \frac{1}{\phi} \\ &= \left[\frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} p_{ij}^{st} (1-p_{ij}^{st}) \right] \frac{1}{\phi} \end{aligned}$$

siden Y'ene for ulike personer er stokastisk uavhengige. Den første av de betingelser som gjorde \hat{a}_{ij1}^t konsistent, gjør at variansen på gjennomsnittet av Y'ene går mot null for stigende ϕ . Vi antar at denne betingelsen er oppfylt, og får da at

$$p \lim \frac{1}{\phi} \sum_{s=1}^{\phi} Y_{ij}^{st} = a_{ij1} \bar{v}^t + a_{ij2}$$

og derfor

$$p \lim \hat{a}_{ij2} = a_{ij1} \bar{v}^t + a_{ij2} - a_{ij1} \bar{v}^t = a_{ij2}$$

Altså:

Hvis alle personenes faktiske overgangssannsynligheter til j ligger mellom 0 og 1 og

hvis den empiriske variansen på v konvergerer,

blir

estimatorene i (2-C-35) forventningsrette og konsistente.

d) En metode for å gjennomsøke et datamateriale

I avsnitt 2 C c) var det svært viktig hva vi kunne forutsette *a priori* om formen på avhengighetsforholdet mellom overgangssannsynlighetene og påvirkningsfaktorene. Nedenfor har vi skissert en metode som gjennomsøker et materiale for å finne fram til bl.a. avhengighet mellom påvirkningsfaktorene og kombinasjonseffekter av faktorene. Det siste har vi f.eks. når $p=a_1v_1+a_2v_2+a_3v_3$. Metoden er kalt AID, Automatic Interaction Detection og er beskrevet i [16] og [17]. ([17] er gjengitt i [6].) I [18] undersøker Lea Orr faktorer som påvirker overgangskoeffisientene i det britiske skolesystemet ved hjelp av denne metoden.

Vi skal prøve å gi en kort beskrivelse av metoden. Hensikten er å dele en populasjon i undergrupper gjennom en serie av to-delinger. Vi starter altså med et observasjonsmateriale. Dette deles i to, hver av de to delene deles videre i to osv. Vi trenger da kriterier for hvordan hver deling skal foregå og hvor langt en skal dele. Prosedyren en følger for å finne ut om og eventuelt hvordan en gruppe skal deles er:

a) Verdiene til hver forklaringsfaktor blir inndelt i klasser etter stigende verdier av faktorene. (For enkelthets skyld vil vi her forutsette at vi har en kvantitativ variabel, men metoden er ikke begrenset til slike variabler.) Vi antar at vi har K forklaringsfaktorer.

b) For hver variabel sorteres klassene i to grupper. Klassene 1, 2, ..., p hører til en gruppe og klassene p+1, p+2, ..., c_k til den andre. c_k er tallet på klasser variabel k er delt inn i.

c) p varieres fra 1 til c_k. For hver verdi av p og for hver variabel k regner vi at

$$BSS_{kp} = NS^2 - \frac{N}{p} S_p^2 - \frac{N}{p+1} S_{p+1}^2$$

der

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i$$

$$S_p^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^p (Y_i - \bar{Y}_p)^2$$

$$\bar{Y}_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^p Y_i$$

$$S_{p+1}^2 = \frac{1}{N-N_p} \sum_{i=N_p+1}^N (Y_i - \bar{Y}_{p+1})^2$$

$$\bar{Y}_{p+1} = \frac{1}{N-N_p} \sum_{i=N_p+1}^N Y_i$$

N er antall observasjoner i gruppen som (kanskje) skal deles, N_p er antall observasjoner i den ene gruppen når vi deler ved p, og Y₁, Y₂, ..., Y_N er verdiene på den uavhengige variablene. BSS_{kp} altså differansen mellom variansen for hele populasjonen sett under ett og variansen for hver av de to gruppene. En kan si at jo større BSS_{kp} er, jo mer av variasjonen i verdiene til den avhengige variablen blir forklart av om verdien for forklaringsfaktor k hos enhetene i populasjonen ligger i en av klassene 1, ..., p eller i en klassene p+1, ..., c_k.

d) Vi finner så den største BSS_{kp} når p varierer fra 1 til c_k og k fra 1 til K. Dersom denne BSS_{kp} er større enn en eller annen konstant vi har satt opp på forhånd, NS² er større enn en annen konstant vi har satt opp på forhånd og N er større enn en tredje konstant, deler vi gruppen ved den

klassen p av faktor k som ga størst BSS_{kp}.

e) Hver av de to undergruppene blir så underkastet prosedyren b)-d), og slik fortsetter vi til ett av kriteriene i d) for deling ikke er oppfylt for alle grupper og undergrupper.

Som et eksempel på hvordan et "tre" av grupper kan se ut, tar vi følgende figur fra Orr [18]:

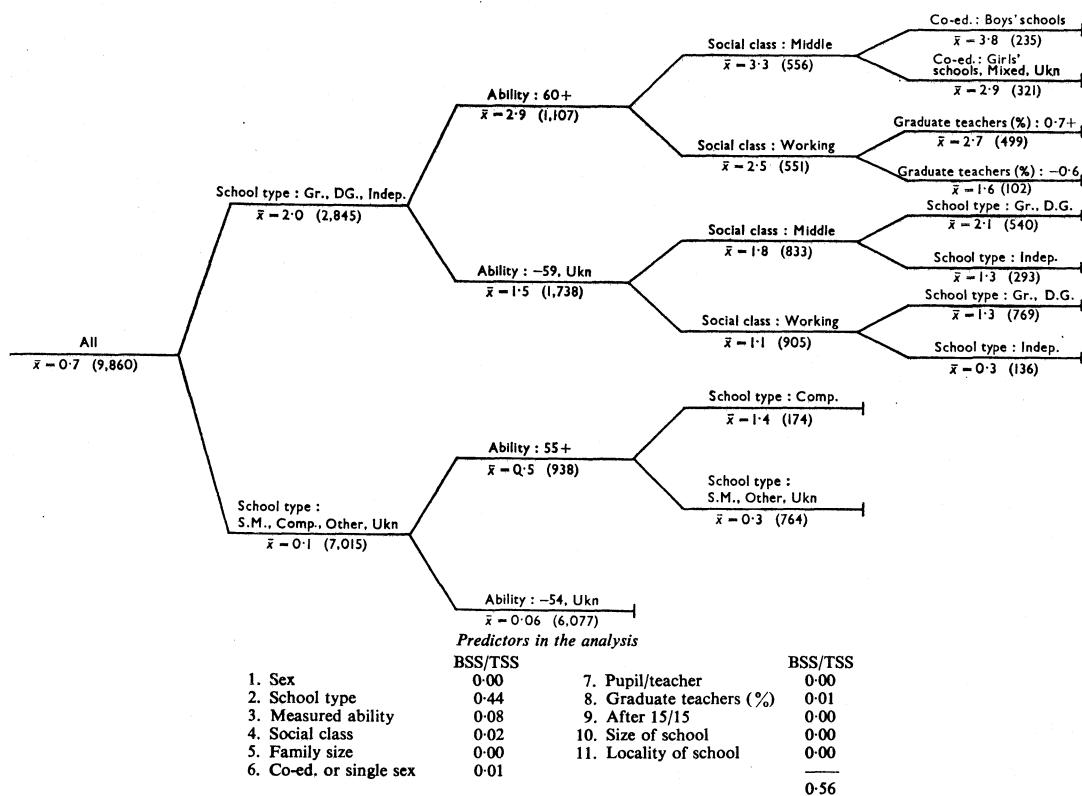


FIG. 1. Highest academic qualification.

Her står \bar{x} for gjennomsnittlig utdanningsnivå utover et felles grunnivå, tallene i parentes forteller hvor mange enheter gruppen omfatter, faktoren "Co-ed" står for om det er felles-skole eller jente-/gutteskole.

Dersom vi utfører en undersøkelse der den avhengige variabelen er overgang fra en utdanning til en annen, vil vi få tallfestet hvordan ulike grupper av kjennemerkeverdier gir ulik gjennomsnittlig overgang for personer i de ulike gruppene. Samtidig vet vi hvor mange personer som befinner seg i hver gruppe, dvs. vi kjenner fordelingen mellom gruppene. Dersom vi gjør forutsetninger om endringer i denne fordelingen, kan vi ved hjelp av resultatene av en analyse som denne, regne ut hvilke konsekvenser endringene vil få for overgangskoeffisienten.

3. DATA OG BEREGNINGSRESULTATER

Dataarbeidet har til nå bestått i at vi har skaffet oss tall for befolkningens fordeling på celler i 1969 og i 1970, og for strømmene mellom cellene mellom disse to år, dvs. bruttoendringene i størrelsen på cellene. Bruker vi terminologien fra kapittel 2-B, kan vi si at vi har observert ϕ^{1969} , ϕ^{1970} og Γ^{1969} . Ved hjelp av Γ^{1969} og ϕ^{1969} har vi så beregnet Δ^{1969} . "Observeert" må tas med en klype salt, da mange av tallene, særlig i Γ^{1969} , bygger på nokså dristige antakelser. De likner kanskje mer estimatorer på grunnlag av en spinkel teori. Dette er imidlertid en naturlig følge av at vi for en stor del har hatt bare summarisk statistikk til rådighet, og vi kan ikke vente noe vesentlig bedre grunnlag før vi får individdata. Men som nevnt har vi altså et sett tall for ϕ^{1969} , ϕ^{1970} og Δ^{1969} , og enten de nå er gode eller dårlige, kaller vi dem observasjoner. Videre har vi skaffet oss tall for V^{1971} , V^{1972} , V^{1973} og V^{1974} . Vi har så antatt $\Delta^{1969} = \Delta^{1970} = \Delta^{1971} = \Delta^{1972} = \Delta^{1973}$ og beregnet ϕ^{1971} , ϕ^{1972} , ϕ^{1973} og ϕ^{1974} , slik som beskrevet i kapittel 2-B.

Tolkning av våre resultater ut fra den stokastiske modellen foran, skal vi se nærmere på lenger ut i kapitlet om framskrivingen.

Denne delen av arbeidsnotatet er delt i 3 kapitler. I første kapittel skal vi gå nærmere inn på beregningen av ϕ^{1969} , ϕ^{1970} , Γ^{1969} , Δ^{1969} og V^{1971} , ..., V^{1974} . I annet kapittel skal vi presentere beregningen av ϕ^{1971} , ϕ^{1972} , ϕ^{1973} og ϕ^{1974} , og gi noen generelle kommentarer til slike beregninger. I tredje kapittel skal vi sammenlikne våre tall med tall fra undervisningsstatistikken.

A. Hovedprinsipper for datautarbeiding.

a) Datagrunnlaget.

Nedenfor følger en kort oversikt over det datagrunnlaget vi hadde til rådighet da vi beregnet våre tall. Dette arbeidet ble stort sett avsluttet i første halvår 1973, og oversikten er derfor ikke helt ajour. Ut fra det vi har sagt om å ta en del forbedringer om gangen, har vi ikke lagt opp til noen løpende ajourføring.

De data vi hadde til rådighet til våre formål kan deles i fem grupper:

- 1) Byråets Undervisningsstatistikk
- 2) Folketellingen 1960
- 3) Spesielle undersøkelser av rekruttering til ulike utdanninger
- 4) Folkemengdens bevegelse (årlig)
- 5) Framskriving av folkemengden 1971-2000

Byråets Undervisningsstatistikk besto av tilsammen åtte hefter. Fire av heftene bygger på oppgaver om skoler, elever og lærere samlet inn fra folke- og framhaldsskoler, folkehøgskoler, høgre allmennskoler og fag- og yrkesskoler. Ett hefte gir opplysninger om personer som er oppe til gymnaseksamen, og bygger på oppgaver om den enkelte elev innhentet via skolene. Ett hefte inneholder tabeller over tilstedevarende studenter i høstsemestrene, og bygger på oppgaver om den enkelte student samlet inn gjennom universitetene og høgskolene. Det sjunde heftet inneholder oppgaver over voksenopplæring og folkeopplysning ved skoler og frivillige opplysningsorganisasjoner. Med unntak av statistikkene over studenter i høstsemesteret, er det ingen av heftene som gir opplysninger om overganger mellom utdanninger. Heller ikke i grunnmaterialet finner en slike opplysninger. En del slike opplysninger kan imidlertid utledes av dette materialet.

Det åttende heftet med statistikk over avsluttet utdanning er ferdig bearbeidet for utdanninger som ble avsluttet våren 1971. En liste over elever i hver avgangsklasse, er grunlagsmateriale. Listen inneholder opplysninger om utfallet for den enkelte (fullført, avbrutt, ikke fullført ellers).

Fra og med 1971 er Byråets standard for utdanningsgruppering (NUS) blitt benyttet ved klassifisering av utdanninger i statistikken. Standarden ligger til grunn for den gruppering av utdanninger som vi har i modellen. (Vedlegg 1) For tidligere årganger av statistikken, har vi derfor vært nødt til å foreta en omkoding til NUS. Stort sett skulle ikke denne omkodingen føre til noen vesentlige feil i tallarbeidet.

Folketellingen 1960 hadde spørsmål om allmenn- og yrkesutdanning på skjemaet. Vi har kodet disse opplysningene om til NUS (etter beste skjønn). Dette materialet samt Byråets undervisningsstatistikk, har vært datagrunnlaget for anslag på befolkningen fordelt etter utdanning og alder i 1969.

Spesielle undersøkelser om rekrutteringen til ulike utdanninger, har det vært lite av de siste årene. I vårt arbeid har vi derfor stort sett nyttet opplysninger fra skolene slik de er samlet i Arbeidsdirektoratets Skoleplankartotek eller i Byråets kartotek over utdanningsaktiviteter. Av spesielle undersøkelser som har vært benyttet, kan nevnes Byråets undersøkelse av folkehøgskoleelevene høsten 1968¹⁾ og en undersøkelse fra Bergen²⁾ om utdanningssituasjonen i skoleåret 1970/71 for elevene i 9. og 10. klasse i 1969/70.

Planene for utbygging av SSB's utdanningsstatistikk, går ut på at en fra og med skoleåret 1974/75 skal få en statistikk over påbegynt og avsluttet utdanning som bygger på individualdata og som omfatter all utdanning fra og med avslutningen av grunnskolen. Denne utbygginga vil gi Byrået anledning til å regne ut de viktigste av de overgangstall som modellen krever. Modellen er blitt lagt opp med den framtidige bedring av datagrunnlaget for øye. Det fører til at tallfestinga av parametrene på det nåværende tidspunkt må bli uhyre mangefull. Vi har diskutert hvilken metode for anslag på overgangstall som er den beste: Anslag på overgangene for hele cellen eller ei oppdeling av cellen for så å vurdere overgangene fra de enkelte delene og etterpå samle delresultatene. Vi har kommet til at en metode som går ut på å vurdere overganger for de enkelte delene i en celle, neppe kan gi dårligere resultat enn når en anslår overgangene for cella totalt uten å ta omsyn til delene.

En av hensiktene med dette arbeidsnotatet har vært å presentere modellen slik vi tenker oss den utbygd med det datagrunnlaget vi har fra og med slutten av 1975 - begynnelsen av 1976. Dette vil gi eventuelle brukere og andre interesserte høve til å sette seg inn i modellen alt på dette trinnet i arbeidet. Når vi har brukt en god del tid på tallarbeidet, har det delvis vært for å gi grunnlag for regneeksempler som ikke var altfor unrealistiske. Delvis har vi også ønsket å prøve hvordan den delen av det nåværende datamaterialet som gir opplysninger om den enkelte elev, kan utnyttes i modellen. Det datamateriale vi har i dag kunne muligens utnyttes bedre enn vi har gjort det, ved hjelp av mer kompliserte metoder. Vi fant at dette sannsynligvis ville kreve mer arbeid, både når det gjelder tilrettelegging av data og beregninger. For det formålet vi nevnte ovenfor, skulle den enkle metoden vi har benyttet være brukbar.

Folkemengdens bevegelse gir blant annet folkemengden, antall døde, antall innflyttede til landet og antall utflyttede fra landet, alt fordelt etter 5-årige aldersgrupper.

Framskriving av folkemengden 1971-2000 gir blant annet befolkningen fordelt på ett-årige aldersgrupper hvert år.

b) Metode

De 143 første cellene i vektorene Φ^{1969} og Φ^{1970} gir personer under utdanning fordelt etter utdanningsens art, og dette får vi altså uten for store prinsipielle problemer fra undervisningsstatistikken. I cellene 144-429 inngår imidlertid personer som ikke er under utdanning, fordelt etter alder og utdanning. Ettersom 1969 er valgt som startår for modellberegningene, må vi regne ut denne fordelinga for året 1969. Data for en slik beregning er vanskelig å få. Resultatene fra Folketellingen 1970 kunne være til hjelp, men de var ikke ferdig på det tidspunkt beregningene skulle foregå. Framgangsmåten har derfor vært:

1) NOS Undervisningsstatistikk Folkehøgskoler 1968-69. Oslo 1969. 2) "Bergensskolen" Juni 1971. Utgitt av Bergen Skolestyre.

- 1) Resultatene av Folketellingen 1960 ble omklassifisert slik at utdanningsopplysningene var i samsvar med modellens klassifisering.
- 2) Beregnede tall for antall personer som har fullført ulike utdanninger i tida 1960-1969 ble laget.
- 3) Skjematisk "framskriving" av utdannings- og aldersfordelingen i 1960 til 1969 under hensyn til resultatene i 2). En nærmere beskrivelse av teknikken er gitt i pkt. c) nedenfor.

ϕ_{430}^{1969} er brutto-tilveksten til befolkningen fra 1969 til 1970 og består av 6-åringene og personer som flytter inn i landet i perioden t til $t+1$. Dette får vi fra Folkemengdens bevegelse. Fordelinga av innflytta personer mellom celler i og utenfor skolesystemet, er skjedd etter dette prinsippet: Alle personer mellom 7 og 13 år går inn i utdanningssystemet på barneskoletrinnet. Personer 14 år og over regner en med går inn i tilstand Avslutta utdanning, og fordelinga mellom de ulike utdanninger er den samme som for personer i Norge på tilsvarende alderstrinn.

Vi har nå hele ϕ^{1969} og de 143 første cellene av ϕ^{1970} , og vi skal se på beregningen av Γ^{1969} , altså overgangstallene.

I hovedsak bygger anslagene på overgangene på forutsetninger om:

- 1) - hvor stor andel av de elevene som starter på en utdanning som har fullført en annen utdanning. De fleste studieplaner gir opplysninger om hvilke utdanninger som kvalifiserer for opptak til vedkommende utdanning.
- 2) - hvor stor andel av de elevene som starter på en utdanning som kommer fra tilstand avsluttet utdanning. Studieplanene gir opplysning om praksiskrav for søker med bestemte utdanninger.
- 3) - hvor stor andel av de som kommer fra tilstand avslutta utdanning som kommer fra hver av de to aldersklassene. Utdanningsstatistikken gir aldersfordelinga for en del grupper av utdanninger. Disse tabellene har vært grunnlaget for anslagene.
- 4) - hvor stor andel av de som går fra utdanning til tilstand avslutta utdanning som går til hver av de to aldersklassene. Disse anslagene er gjort skjønnsmessig, men med utgangspunkt i aldersfordelingen for elevene i de enkelte skoleslag.

Tallet på personer som går over fra en utdanning til tilstanden avslutta utdanning, er stort

sett residualt bestemt. Ettersom vi har at likningene $\phi_i^{1969} = \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}^{1969}$ for den delen av de

$i = 1, \dots, N$ cellene som omfatter tilstand utdanning, skal være oppfylt og ettersom ϕ_i er kjent gjennom utdanningsstatistikken, vil samlet overgang til tilstanden avslutta utdanning bli bestemt ved differensen mellom ϕ_i^{1969} og overgangene fra utdanning i til andre utdanninger og til tilstanden død eller utflyttet (se nedenfor). Hvordan overgangen til tilstand avslutta utdanning fordeler seg med omsyn til høyeste avslutta utdanning til personene, har vi hatt dårlig materiale til å belyse. Stort sett er dette derfor gjort skjønnsmessig ved hjelp av anslag på stryk-avbruddsprosent. Vi har her hatt hjelp av statistikken over avsluttet utdanning. Dessuten har en regnet med at fordelinga med hensyn til tidligere fullført utdanning av de som ikke fullfører en bestemt utdanning, er lik fordelingen av de som blir tatt opp ved denne utdanningen.

Likningene $\phi_j^{1970} = \sum_{i=1}^N \gamma_{ij}^{1969}$ for $j = 1, 2, \dots, N-1$ skal også være oppfylt. Når overgangene

mellan utdanningsceller er bestemt, legger dette en betingelse på overgangene fra tilstand avslutta utdanning til utdanning. Flere av ϕ_j^{1970} er nemlig kjent fra utdanningsstatistikken.

Av de som fortsetter i tilstanden avslutta utdanning, er det noen som i løpet av året går over fra en alders-kasse til en annen. Anslagene her bygger på en forutsetning om at personene i den laveste aldersklassen er jevnt fordelt mellom de enkelte år klassen omfatter. Hvert år vil da ett årskull bli overført til høyeste aldersklasse. Den beregnede årskullstørrelsen blir dermed overgangstallet mellom laveste og høyeste aldersklasse.

Døde og personer flyttet ut av landet er slått sammen. Den felles dødelighets- og utflyttingskoeffisient er regnet som et veiet gjennomsnitt for den aldersgruppen som befinner seg i hver ϕ_i^{1969} . For personer under utdanning har vi først regnet ut hvilke alderstrinn elevene vil være på når de er i utdanning i dersom de har fulgt en "normal" utdanningsprogresjon (steget ett klassetrinn for hvert skoleår). Vi har så regnet ut en koeffisient for denne aldersgruppen og sagt at den gjelder som utflyttings- og dødelighetskoeffisient for personer i utdanning i. For personer i tilstand Avslutta utdanning er det regnet ut en utflyttings- og dødelighetskoeffisient for hvert nivå og hver aldersgruppe.

De aldersspesifikke utflyttings- og dødelighetskoeffisienter har vi regnet ut på grunnlag av tallene fra Folkemengdens bevegelser.

Når vi har tall for Γ^{1969} og Φ^{1969} , kan vi beregne Δ^{1969} som angitt i kapittel 2B. Det vi nå mangler til en framskriving til 1974, er V^{1970} , V^{1971} , V^{1972} og V^{1973} . Resten av Φ^{1970} får vi jo ved

$$\Gamma_{430}^*(\Delta^{1969}) \cdot \Phi^{1969} + V^{1970} = \Phi^{1970}$$

V'ene har hver bare ett element forskjellig fra null, nemlig Φ_{430}^t . Dvs. vi trenger brutto-tilvekstene til befolkningen fra 1970 til 1971 (Φ_{430}^{1970}), fra 1971 til 1972 (Φ_{430}^{1971}), fra 1972 til 1973 (Φ_{430}^{1972}) og fra 1973 til 1974 (Φ_{430}^{1973}). Dette er tilstrekkelig til å beregne befolkningens fordeling fram til og med 1974. Befolknlingen har vi jo definert som personene i de 429 første cellene. Vi har imidlertid også beregnet Φ_{430}^{1974} og derved V^{1974} , slik at vi har fått hele Φ^{1974} . Jfr. kapittel 2B.

De $\Phi_{430}^{1970}, \dots, \Phi_{430}^{1974}$ er altså bruttotilvekstene til befolkningen i de korresponderende 5 år. Disse består av innflytting og av nye kull. Innflytting har vi ganske enkelt beregnet for de årene vi mangler, som en lineært funksjon av tiden. Koeffisientene har vi estimert ved lineær regresjon av innflyttingen i årene 1966-71 på tiden. De nye kullene er antall 5-åringar minus de som dør i løpet av året ($Y_{430,430}^t = 0$), slik at det blir antall 6-åringar året etter. Disse tall har vi hentet fra "Framskriving av folkemengden 1971-2000". Altså:

$$\begin{aligned} \Phi_{430}^t &= \text{antall innflyttede fra år } t \text{ til år } t+1 \\ &\quad + \text{antall 6-åringar år } t+1. \end{aligned}$$

Som en ser, bygger altså definisjonen av celle 430 på forholdene både i år t og år $t+1$. Dette er uheldig hvis en vil se på modellen som en Markov-kjede, og vi kommer til å endre på dette. Enten kommer vi til å ta flyttingen helt ut av modellen, eller så kommer vi til å skille innflytting fra tilvekst av nye kull, og utflytting fra døde. For å ta flyttingen ut, taler det at vi mangler data til å behandle innflyttingen tilfredsstillende i et Markov-kjedeopplegg med definisjon av tilstanden som refererer seg kun til ett år. Logisk sett måtte vi da samle alle personer utenom Norge, eller i hvert fall alle med positiv sannsynlighet for å flytte til Norge. De med ulike sannsynligheter burde grupperes i ulike celler. Så måtte vi operere med en sannsynlighet for innflytting til hver av de øvrige celler i modellen og en sannsynlighet for å forbli utenfor Norge. Problemet med et slikt, logisk sett tilfredsstillende opplegg er naturligvis at vi ikke vet noe verken om størrelsesordenen eller stabiliteten av sannsynlighetene. Det gjelder såvel den totale sannsynlighet for innflytting, som fordelingen av denne sannsynligheten på de enkelte celler. Ut fra et Markovkjede opplegg, måtte det vi har gjort i framskrivingen tolkes som at personer utenfor Norge har sannsynlighet null eller en for innflytting, og at vi kan anslå antallet med sannsynligheten en.

Ut fra samme ønske om å kunne definere alle størrelsene Φ^t ut fra forholdene i året t , kommer vi til å regne tilveksten som et helt årskull og ta med døde i løpet av året blant disse.

c) Tre eksempler fra tallarbeidet

Overganger fra 9-årig grunnskole. I det nevnte nummer av "Bergensskolen" har en referert en undersøkelse av "søkere og opptak til videregående skoler 1970/71 (Elever i 9. og 10. klasse 1969/70)." Ved å gå gjennom søknadene til de videregående skoler i Bergen i skoleåret 1970/71, har en funnet ut hvor mange som kom fra 1969/70-kullet i 9. og 10. klasse i grunnskolen. De elever som en ikke kunne finne igjen som søker eller opptatte til skoler i Bergen, fikk betegnelsen "Til andre skoler og ut i arbeidslivet". For de elevene i 9. skoleår som søkte eller ble tatt opp ved de utdanningene som var spesifisert (93,8% av elevene søkte og 78,2% kom inn ved spesifiserte utdanninger) har en altså overgangstall og koeffisienter. Spørsmålet er om vi kan bruke dem slik de står i en utdanningsmodell som skal gjelde hele landet. Bortsett fra at spesifikasjonene slik de står i artikkelen, ikke er gode nok, er det flere prinsipielle grunner til at de ikke kan brukes direkte. For det første er det sannsynlig at det skoletilbud en elev som går ut av grunnskolen i Bergen står ovenfor, er ulikt det elever i andre

deler av landet har. For det andre er det sannsynlig at vanskene med å få plass ved de forskjellige utdanningene, varierer fra fylke til fylke. Det er også mulig at elever i Bergen har andre preferanser enn elever i andre deler av landet (elever i byer har andre preferanser enn elever i bygder), men vi vil ikke regne med det.

Koeffisientene fra Bergen må altså korrigeres for ulikheter i utdanningstilbud og opptaksprosenten.

Vi kjenner til hvordan grunnskoleelever fordeler seg mellom skoleslag i Bergen, men ikke for resten av Norge. Derimot vet vi hvordan alle elever, uansett forutdanning fordeler seg mellom de ulike skoleslag både i Bergen og i hele landet. Vi forutsetter at andelen av grunnskoleelever i de ulike utdanningene er den samme over hele landet. Fordelingen av elever mellom utdanninger varierer med skoletilbuddet. Vi kan da korrigere koeffisientene fra Bergensundersøkelsen med en brøk. Tallet på personer i utdanning i som prosent av tallet på personer i alt i utdanninger som kan søkes av elever fra grunnskoler, regnes ut for h.h.v. Bergen og hele landet. Prosenttallet for hele landet kommer da i telleren på brøken og tallet for Bergen kommer i nevneren.

Vi forutsetter at tallet på grunnskoleelever i prosent av de opptatte i ulike utdanninger er den samme for resten av landet som i Bergen.

Da blir det forskjellen i den i den samlede opptaksprosent som avgjør om det har vært lettere eller vanskeligere for en grunnskoleelever i Bergen å komme inn ved ei utdanning enn det har vært for grunnskoleelever i hele landet. Overgangskoeffisienter må derfor korrigeres med en brøk som har opptaksprosenten for hele landet i telleren og opptaksprosenten for Bergen i nevneren.

Setter vi:

∂_{ij} og ∂_{ij}^B = overgangskoeffisientene fra grunnskoleutdanning (i) til j i h.h.v hele landet og i Bergen

σ_j og σ_j^B = utdanning j 's andel av alle elever i utdanninger som elever fra grunnskolen kan gå inn i, hele landet og Bergen

\circ_j og \circ_j^B = opptaksprosent for utdanning j , hele landet og Bergen kan vi sette:

$$\partial_{ij} = \partial_{ij}^B \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_j^B} \cdot \frac{\circ_j}{\circ_j^B}$$

De resultatene vi kom fram til, kan vi sette opp i følgende tabell der i betegner 9. klasse:

utdanning j	∂_{ij}^B	σ_j	σ_j^B	\circ_j	\circ_j^B	∂_{ij}
10. skoleår	35,2	0,12	0,12	-	-	25,8 ¹⁾
Gymnas	25,5	0,23	0,16	75,6	82,8	33,4
Yrkesskoler for handv. og ind.	8,3	0,31	0,27	51,1	51,8	9,4
Merkantile skoler	10,2	0,26	0,32	75,5	90,3	6,9
Maritime skoler	0,3	0,05	0,09	83,0	92,8	0,1
Husstellskoler	0,7	0,04	0,03	42,2	52,2	0,7

1) Dette tallet er det faktisk observerte for elever i 10. klasse i forhold til tallet på elever i 9. klasse året før. I beregningene har vi derfor benyttet dette tallet istedenfor tallet fra Bergen.

Overganger til, fra og mellom utdanninger ved universiteter og høgskoler.

For studenter ved universiteter og høgskoler har Byrået siden 1964 gitt ut statistikk over studenter tilstede i hvert høstsemester. For hver student registrerer en bl.a. alder, forutdanning, studiemål (studium) og fag som studeres i semesteret. Forutdanning og fag i semesteret er fra og med 1969 kodet etter NUS. Studium er kodet etter en egen kodeliste der de ulike studiemål er oppført (cand.real., cand.mag. i filologi, cand.ocon., forberedende prøver, enkelt fag, adjunktutdanning). Vi har så kodet om til modellens koder.

Vi har fått kjørt ut tre typer tabeller fra dette materialet

- 1) Studenter tilstede både høsten 1969 og høsten 1970 etter modellkoden høst 1969 og modellkoden høst 1970 (d.v.s. kryssgruppering for modellkoden).
- 2) Studenter tilstede høsten 1970, men ikke 1969, etter modellkoden høsten 1970 og etter forutdanning og eksamsensår for forutdanning. For de studenter der eksamsensåret var før 1970, har en dessuten kjørt ut en tabell over forutdanning og alder.
- 3) Studenter tilstede høsten 1969, men ikke høsten 1970, etter modellkoden høsten 1969 og alder.

Tabell 1 ga oss overganger mellom utdanninger innenfor universiteter og høgskoler.

Tabell 2 ga oss overganger

- a) fra utdanninger utenom universiteter og høgskoler til utdanninger innen disse institusjonene og
- b) fra tilstand avslutta utdanning til disse institusjonene.

Eksamensåret viste oss om det var en overgang innenfor tilstanden utdanning (eksamsensår 1970) eller om det var overgang fra tilstanden avslutta utdanning (eksamsensår 1969 eller tidligere). Når eksamsensåret var 1969 eller tidligere, har vi kjørt ut ekstratabellen for å kunne plassere de som kommer fra tilstand avslutta utdanning i aldersklasser.

Tabell 3 ga oss overganger ut av utdanning innenfor universiteter og høgskoler. Vi har forutsett at disse overgangene skjer til tilstand avslutta utdanning. Dette er sannsynligvis ikke helt riktig. Det finner sikkert sted en del overganger til andre utdanninger, men det har vært umulig for oss å få registrert omfang og retning på disse strømmene.

De personer som går ut i tilstanden avsluttet utdanning, skal klassifiseres etter sin høyeste fullførte utdanning og etter alder. Vi vet imidlertid bare at studentene ikke er tilstede, vi vet ikke hvorvidt de fullførte den utdanningen de holdt på med høsten 1969. Vi har da tatt utgangspunkt i de tall for kandidater fra universiteter og høgskoler i 1969 og 1970 som NAVF's utredningsinstitutt har gitt ut. Vi har så prøvd å beregne hvor mange av de som ikke var tilstede høsten 1970 som har fullført utdanningen og hvor mange som har avbrutt. For de som har avbrutt har vi så prøvd å beregne en slags høyeste (tidligere) fullført utdanning. Til dette har vi benyttet studieplanene og den kunnskapen vi fikk av tabell 2.

For enkelte utdanninger som cand.mag. i filologi, realfag og samfunnsfag har kodingen av fag i semesteret ikke vært helt tilfredsstillende. Ved hjelp av utlistinger fra studentregisteret i Byrået, har vi kunnet løse en del av disse problemene. Utlistinger har også vært benyttet for å rette opp en del feil og mangler i kodingen ett eller begge årene. Opplysninger som er gitt det ene året kan benyttes til å supplere opplysninger gitt i det andre.

Framskriving av den norske befolkninga etter alder og utdanning fra 1960 til 1969.

1. I Folketellingen 1960 er som nevnt utdanning ikke klassifisert etter NUS, men etter et system der en klassifiserte den høyeste allmennutdanning samt fagutdanninga. Vi har da tatt for oss hefte IV av Folketellingen og omklassifisert til den kode som brukes i modellen. Spesifikasjonene i hefte IV er ikke så gode at vi kan foreta noen nøyaktig omklassifisering. Heftet IV gir oss også den simultane fordelinga mellom utdanning og alder.
2. Ved hjelp av undervisningsstatistikken for tida 1960-69, har vi beregnet tall for uteksaminerte fra ulike utdanninger for hvert år i perioden.
3. Vi har så gjort følgende forutsetning: De som blir uteksaminert har alle den alderen en elev vil ha som, så langt, har gått gjennom skolesystemet på ordinær tid.
4. De som i 1961 hadde fullført en utdanning var i 1960 klassifisert etter den høyeste utdanning de til da hadde fullført. Når vi skal framskrive befolkninga i 1960 fordelt etter utdanning og alder til 1961, må vi foruten å legge til tallet for de uteksaminerte i 1961, redusere tallene fra 1960 for de utdanninger som de uteksaminerte i 1961 er plassert i.

5. Hvilke utdanninger de uteksaminerte er plassert i året før, er anslått på en meget grov måte. Som hovedregel er det bare regnet med 2-3 utdanninger som mulig rekrutteringsutdanninger til hver utdanning. Hvor stor del hver rekrutteringsutdanning skal bidra med er også gjort etter skjønn.
6. På grunn av den virkning som vi regner med at utbygginga av grunnskolen har hatt på resten av skolesystemet, har vi endret anslagene i løpet av perioden. En kan kort si at vi har fulgt et skjema for åra opp til 1965 og et skjema for åra etter.
7. Ved denne framgangsmåten har vi ikke tatt omsyn til dødeligheten i befolkninga, mens derimot tilveksten er kommet med. Når vi ved hjelp av framskrivingsmetoden som er skissert ovenfor, er kommet fram til 1969, har vi sammenliknet den alderssammensetning vi da har kommet fram til, med den faktiske slik den går fram av publikasjonen "Folkemengden etter alder 31. desember 1969". Vi har da redusert de absolutte hyppighetene for utdanninger innenfor hver aldersklasse i samsvar med dette, men i store trekk beholdt den relative fordelinga slik den gikk fram av framskrivinga. En del tall som virker urimelige har vi likevel vært nødt til å justere.
8. Elever som er i skolesystemet i 1969 i utdanninger over grunnskolen, må trekkes fra de tallene som vi til nå er kommet fram til. Ellers vil de bli talt med to ganger. Vi har her brukt samme fordelingsskjema som ved framskrivinga (se pkt. 5 ovenfor).
9. De justeringene som er nevnt i pkt. 7 og 8 er ikke gjort så nøyaktig at summen av tallene i vektoren Φ^{1969} er nøyaktig lik Norges befolkning 6 år og over pr. 31. desember 1969.

B Regne-eksempler

Som antydet i kapittel 3A, laget vi oss tall for bestandene i de ulike cellene i 1969 og i 1970, og for strømmene av personer mellom alle celler fra 1969 til 1970. Videre laget vi oss tall for bruttotilveksten til befolkningen (befolkningen er summen av personer i de N-1 første cellene) fra 1971 til 1972, fra 1972 til 1973, fra 1973 til 1974 og fra 1974 til 1975. Vi bruker definisjonene fra kapittel 2B, og setter opp følgende oversikt over data: (Noen av brutto-tilvekst tallene er prognosenter)

Γ^{1969} = strømmene av personer mellom cellene fra 1969 til 1970

Φ^{1969} = bestandene i de ulike celler i 1969

Φ_{430}^{1970} = brutto tilvekst til befolkningen fra 1970 til 1971

Φ_{430}^{1971} = " " " " " 1971 til 1972

Φ_{430}^{1972} = " " " " " 1972 til 1973

Φ_{430}^{1973} = " " " " " 1973 til 1974

Φ_{430}^{1974} = " " " " " 1974 til 1975

Ved hjelp av Γ^{1969} og Φ^{1969} , lager vi det vi kan kalle en matrise av overgangskoeffisienter. Det gjøres som i (2-B-5) og (2-B-6), det vil si vi dividerer hvert av elementene i første rad i Γ^{1969} med første element i Φ^{1969} og får derved elementene i første rad i Δ^{1969} . Så divideres hvert av elementene i annen rad i Γ^{1969} med annet element i Φ^{1969} og gir derved elementene i annen rad i Δ^{1969} , osv. for hver rad nedover. Siden summen av elementer i hver rad i Γ^{1969} er lik de tilsvarende elementer i Φ^{1969} , blir summen av elementer i hver rad i Δ^{1969} lik 1.

Så setter vi ϕ_{430}^{1970} , ϕ_{430}^{1971} , ϕ_{430}^{1972} , ϕ_{430}^{1973} og ϕ_{430}^{1974} inn i de fem vektorene v^{1970} , v^{1971} , v^{1972} , v^{1973} og v^{1974} slik som i (2-B-9).

Endelig definerer vi I_N^* som i (2-B-8), og vi har da det vi trenger til vårt regneeksempel.

Vi beregner så de fem vektorene ϕ^{1970} , ϕ^{1971} , ϕ^{1972} , ϕ^{1973} og ϕ^{1974} etter følgende formler (jfr. (2-B-11))

$$\phi^{1970} = I_N^*(\Delta^{1969}) \cdot \phi^{1969} + v^{1970}$$

$$\phi^{1971} = I_N^*(\Delta^{1969}) \cdot \phi^{1970} + v^{1971}$$

$$\phi^{1972} = I_N^*(\Delta^{1969}) \cdot \phi^{1971} + v^{1973}$$

$$\phi^{1973} = I_N^*(\Delta^{1969}) \cdot \phi^{1972} + v^{1974}$$

$$\phi^{1974} = I_N^*(\Delta^{1969}) \cdot \phi^{1973} + v^{1974}$$

De seks vektorene ϕ^{1969} , ϕ^{1970} , ..., ϕ^{1974} er gjengitt i sin helhet i vedlegg 3. Forklaring av kodene er gitt i vedlegg 1. I vedlegg 2 er alle koeffisientene i Δ^{1969} gjengitt.

I resten av dette kapitlet skal vi se på et par egenskaper ved en slik fremskriving som vi her har foretatt. Det gjelder altså ting som er ikke spesielle for akkurat våre data, men knyttet til opplegg av og metode for beregningene.

Det regneeksempel vi har presentert her, kan tolkes som en fremskrivning av befolkningen etter utdanning, slik denne fordelingen vil bli dersom overgangskoeffisientene hvert år blir lik dem vi har kommet fram til mellom 1969 og 1970. Det er imidlertid mange ting som kan gjøre at disse koeffisientene kan endre seg over tiden. En av disse tingene er at en celle kan omfatte grupper av personer med ulike overgangskoeffisienter. Overgangskoeffisientene samlet for cellen blir da veidde gjennomsnitt av de gruppespesifikke overgangskoeffisienter, med størrelsen på gruppene som vekter. Endringer i den innbyrdes størrelsesfordeling mellom gruppene i cellen vil da endre overgangskoeffisientene for cellen, selv om de enkelte gruppene koeffisienters er konstante. Et spesielt tilfelle av dette har vi for de celler som omfatter flere klassetrinn av utdanning hvor klassetrinnene bygger på hverandre. Her vil personene på lavere klassetrinn stort sett gå over på høyere dvs. repetere i cellen, og personene på det høyeste stort sett gå ut av cellen. For å rendyrke virkningen av faste koeffisienter for hele cellen når størrelsen på kullene varierer, skal vi se på et forenklet tilfelle, som likevel kan være til hjelp ved vurderingen av våre beregninger, spesielt for ungdomsskolen. Det bør vel først bemerkes at vi i mange tilfelle slo sammen klassetrinn fordi vi i første omgang ville redusere antall celler. I det videre arbeid med modellen vil en del av disse cellene bli splittet opp på klassetrinn.

Vi skal presentere og sammenlikne to ulike beregninger. Den ene kaller vi klassetrinnsberegningen, og den andre celleberegningen.

Resultatet av klassetrinnsberegningen er vist i tabell 1. Vi tar her utgangspunkt i tallene for elever på 7, 8 og 9. klassetrinn i grunnskolen i 1969. Disse får vi fra NOS Folke- og framhaldskoler 1. oktober 1969, tabellene 14 og 21. Videre får vi tallene for elever på 7. klassetrinn fra NOS Folke- og framhaldskoler 1. oktober 1970 og 1. oktober 1971 og NOS Grunnskoler 1. oktober 1972 for disse tre årene. Antall elever på 7. klassetrinn har i 1972 kommet opp på nivå med et årskull og vi antar at det holder seg på rundt 62 000 elever videre fremover. Det gir resten av første rad i tabell 1. De øvrige elevtall fremkommer ved at vi antar at alle elever går opp ett klassetrinn hvert år slik som antydet ved pilene. Det vil si at ingen repeterer på noe klassetrinn, og ingen hopper over noe. Antall som går på 9. klassetrinn og som neste år derfor har gått ut, kaller vi utsippet. Repetisjonskoeffisienten er regnet ut ved at vi har dividert antall elever på 7. og 8. klassetrinn med totalt antall elever, og utslippskoeffisienten ved at vi har dividert antall elever på 9. klassetrinn, altså utsippet, med totalt antall elever. Summen av disse koeffisientene er selvfølgelig lik 1. Til slutt har vi dividert antall elever på 7. klassetrinn hvert år med antall elever på 7. klassetrinn året før. Vi ser f. eks. at i 1970 var antall elever på 7. klassetrinn 6,18% høyere enn i 1969. (For 1969 har vi dividert antall elever på 7. klassetrinn med antall elever på 8. klassetrinn.)

Vi ser i tabell 1 at repetisjonskoeffisienten varierer i perioden 1969-1976. Dette henger selvfølgelig sammen med at antall elever på 7. klassetrinn, tilveksten, varierer fra år til år. Denne vokser opp til og med 1972 og holder seg deretter konstant. Nå viser det seg imidlertid at økning i tilveksten ikke uten videre vil gi variasjon i repetisjonskoeffisienten. Hvis vi har en fast, prosentvis øking i størrelsen på kullene hvert år, vil repetisjonskoeffisienten holde seg konstant. Hvis vi tidligere hadde andre forhold, vil repetisjonskoeffisienten holde seg konstant når det siste av de "gamle" kullene har gått ut. Hvis veksten avtar til nytt, lavere nivå, vil også repetisjonskoeffisienten falle til et nytt, lavere nivå, og omvendt. Av siste rad i tabell 1, ser vi imidlertid at veksten i antall elever på 7. klassetrinn har vært ujevn. Fra 1968 til 1969 var veksten 12,7 %, fra 1969 til 1970 6,2 %, fra 1970 til 1971 7,3 % osv. Repetisjonskoeffisienten har derfor variert som vist i tabell 1 og figur 1.

Vi går så over til tabell 2. Vi starter her med samme bestand i cellen i 1969, 132 284 personer. Så regner vi som om repetisjonskoeffisienten fra klassetrinnsberegningen fra 1969 til 1970, 0,7148, gjaldt hvert år fremover. Bestanden hvert år blir da repetisjon året før pluss tilvekst, og tilveksten er den samme som i klassetrinnsberegningen. Fra 1969 til 1970 er også repetisjonen den samme, slik at bestanden i 1970 er den samme. I klassetrinnsberegningen synker imidlertid repetisjonskoeffisienten slik at celleberegningen gir høyere repetisjon og lavere utslipp fra 1970 til 1971. Bestanden i 1971 blir mindre. Videre fremover regner vi så med høyere repetisjonskoeffisient i celleberegningen enn i klassetrinnsberegningen, slik vi får for lite utslipp og større og større avstand mellom bestandene i de to beregningene. Når tilveksten stabiliserer seg på 62 000, vil imidlertid bestandene i celleberegningen gå mot et nivå der en repetisjonskoeffisient på 0,7148 gir et utslipp på 62 000. Dette nivået blir da x , definert ved

$$(1-0,7148)x=62\ 000$$

som gir

$$x=217391$$

Utviklingen går altså mot et punkt der utslippet er det samme, nemlig lik tilveksten i begge beregninger, men hvor nivået i celleberegningen ligger ca. 17 % høyere enn nivået i klassetrinnsberegningen. Denne utviklingen er vist i figur 2 og figur 3.

Tabell 1. Klassetrinnsberegning

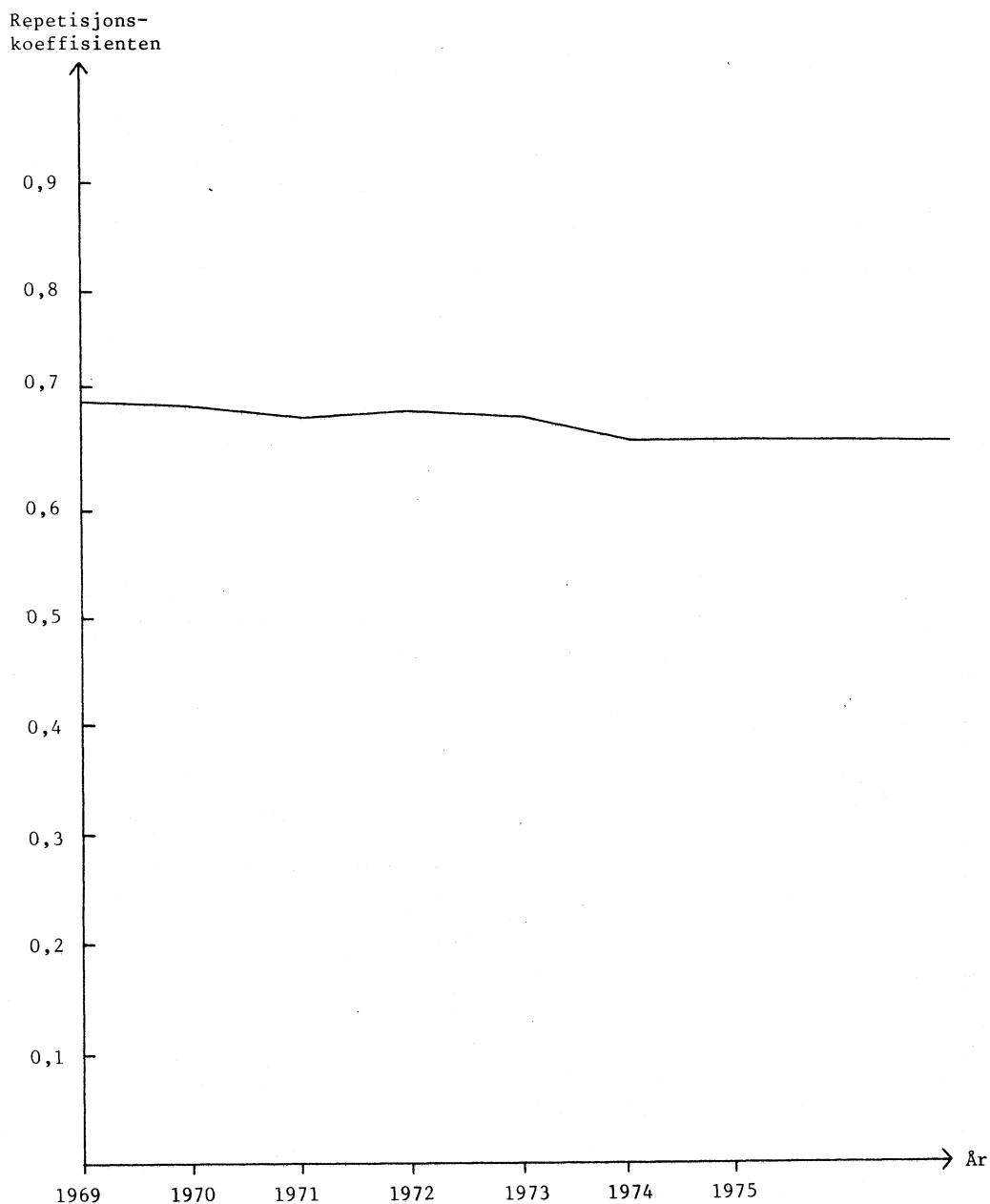
	år	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976
<u>Elever</u>									
7. klassetrinn		50104	53199	57067	62562	62000	62000	62000	62000
8. "		44447	50104	53199	57067	62562	62000	62000	62000
9. "		37733	44447	50104	53199	57067	62562	62000	62000
I alt 7. - 9. klassetrinn		132284	147750	160370	172828	181629	186562	186000	186000
<u>Koeffisienter</u>									
Rep.k.		0,7148	0,6992	0,6876	0,6922	0,6859	0,6647	0,6667	0,6667
Utslippsk.		0,2852	0,3008	0,3124	0,3078	0,3141	0,3352	0,3333	0,3333
Økn. på 7.		1,1273	1,0618	1,0727	0,0963	0,9910	1	1	1

Tabell 2. Celleberegning med fast repetisjonskoeffisient på 0,7148

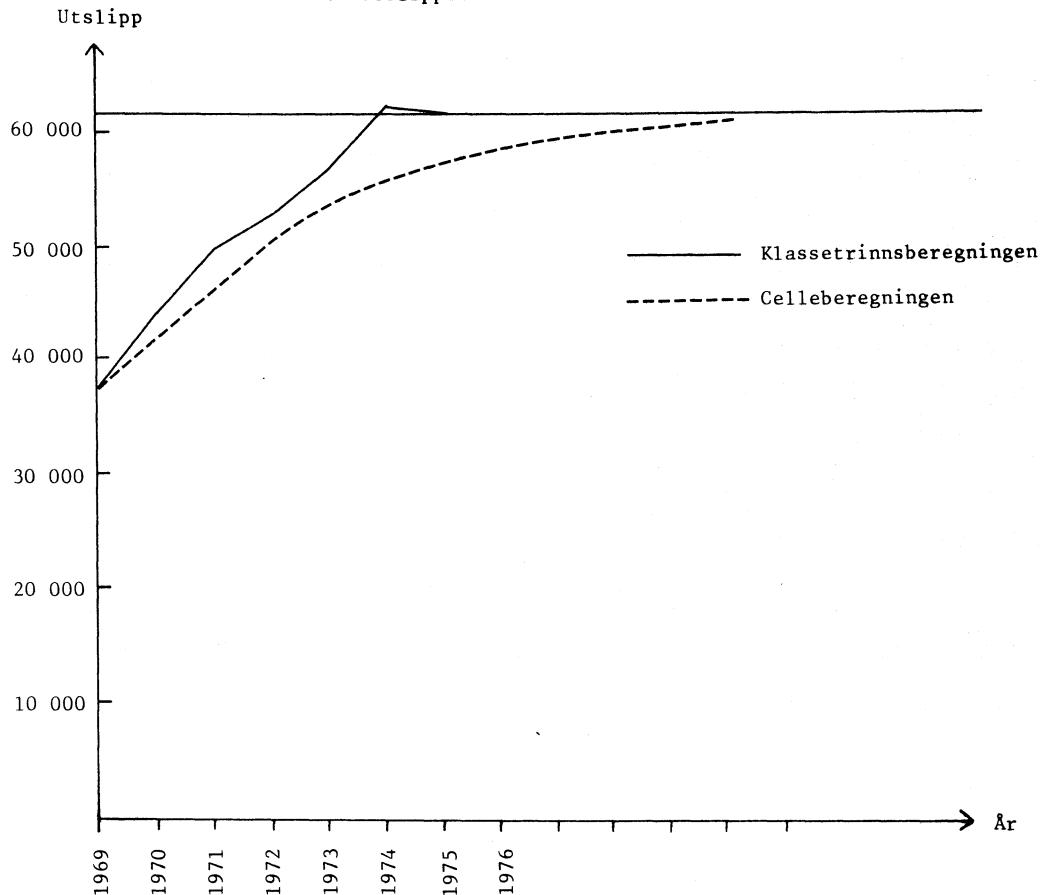
	År	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	→	∞
<u>Elever</u>											
7. - 9.		132284	147756	162683	178847	189840	197698	203314	207329	→	217391
Utslipp		37727	42140	46397	51007	54142	56383	57985	59130	→	62000
Utslipp -9 k1. ¹⁾		-6	-2307	-3707	-2192	-2925	-6179	-4015	-2870	→	0
Utslipp/ 9. k1. ²⁾		0,9998	0,9480	0,9260	0,9587	0,9487	0,9012	0,9352	0,9537	→	1

1) Utslippet i celleberegningen minus utslippet i klassetrinnsberegningen, dvs. antall elever på 9. klassetrinn. 2) Utslippet i celleberegningen dividert med utslippet i klassetrinnsberegningen.

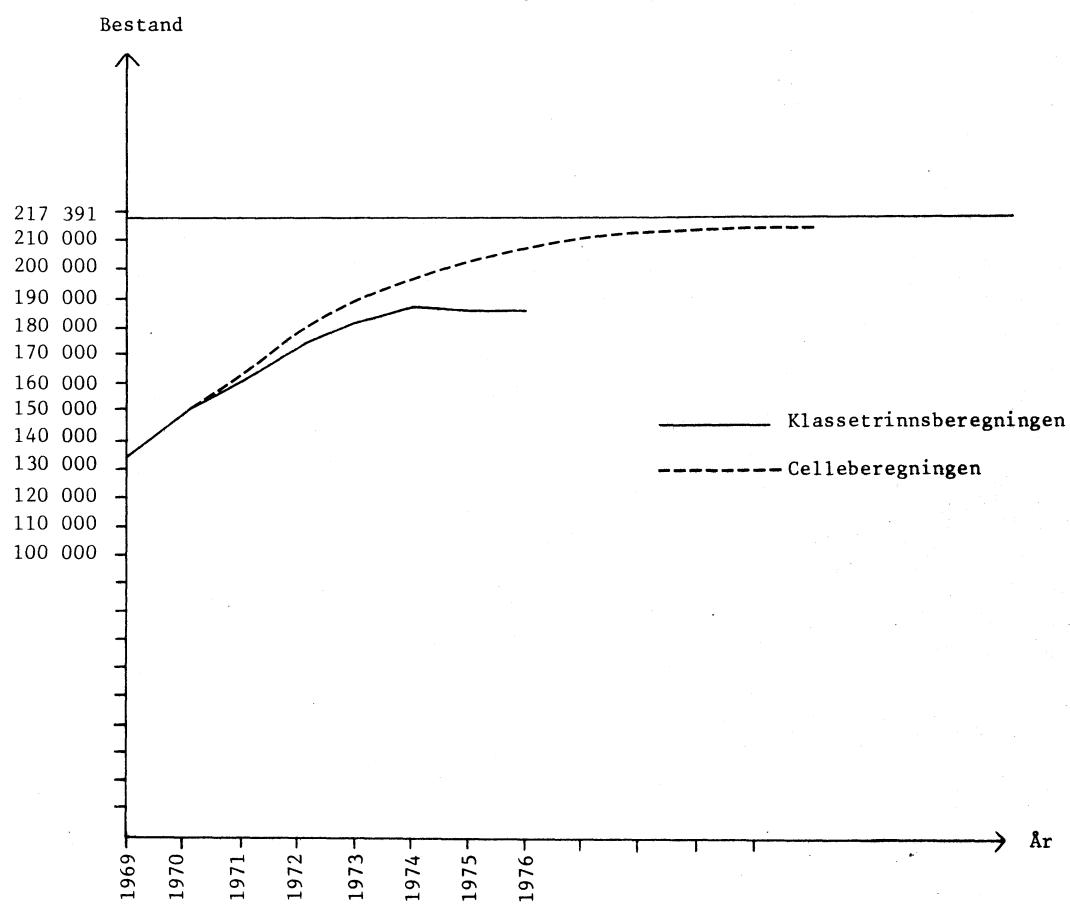
FIGUR 1. Repetisjonskoeffisienten ved klassetrinnsberegningen



FIGUR 2. Utslippet



FIGUR 3. Bestanden på 7.- 9. klassetrinn



Som nevnt, regner vi i framskrivingen med faste koeffisienter. Celleberegningen kan derfor betraktes som illustrasjon av mekanikken i framskrivingen. Klassetrinnsberegningen virker imidlertid mer realistisk, og hvis en antar at den viser hvordan det faktisk er, kan eksemplet være illustrasjon på hvor gal framskrivingen kan bli.

Tallene i celleberegningen er ikke direkte sammenliknbare med tallene i framskrivingen for celle 4, som er ungdomsskolene. Vi ser at bestanden i 1969 er den samme, mens det deretter er en forskjell. Det kommer av at vi i framskrivingen har repetisjon i cellen, og at tilveksten til celle 4 er mindre i framskrivingen enn i celleberegningen. Det siste henger sammen med utviklingen i andre celler, nemlig de som leverer til ungdomsskolen. Det vil hovedsaklig si barneskolen.

C. Sammenlikning av framskrivingen med en del faktiske tall

I avsnitt a) foretar vi en direkte sammenlikning uten å forsøke behandle avvik på systematisk måte. I avsnitt b) tolker vi tallene ut fra en enkel stokastisk modell.

a) Direkte sammenlikning

Utgangspunktet er framskrivingstallene (vedlegg 3) og tallene fra 1971 og 1972 som vi har hentet fra statistikken (vedlegg 4). Til hjelp for å finne fram til hvordan framskrivingstallene framkom, bruker vi koeffisientene (vedlegg 2). De kodene for celler som er brukt i vedleggene 2-6, er alle definert i vedlegg 1.

Gangen vil stort sett bli at vi etter stigende nummer tar de cellene vi synes er verdt en kommentar og ser på utviklingen i hele perioden. Unntak er selvsagt når utviklingen i ulike celler er knyttet sammen slik at det er naturlig å trekke inn flere celler "utenom tur".

Det første som slår en, er kanskje cellene 4 og 5, henholdsvis ungdomsskolens 3 klassetrinn og 7. klasse av folkeskolen. Framskrivningen gir her en svakt voksende bestand i 7. folkeskoleklasse, fra 8 245 i 1970 til 8 531 i 1974, mens statistikken for 1971 gir 4 546 elever og statistikken for 1972 ingen elever. Vi ser av koeffisientene at vi ikke har repetisjon i celle 5, og at den eneste tilveksten er 2,26 % av bestanden i celle 2, nemlig barneskolen. Det som faktisk har skjedd, er at vi fra og med 1971 ikke lenger har overgang til 7. klasse i folkeskolen og at elevene i stedet går over til celle 4, ungdomsskolen. Dette fører til at vi i framskrivingen hvert år fra og med 1971 sender ca. 8 500 elever for lite til ungdomsskolen. Isolert sett skulle dette gi for få elever i ungdomsskolen. Vi ser imidlertid at framskrivingen har høyere tall både i 1971 og 1972 enn statistikken. Dette kommer av at vi har regnet med en for høy repetisjonskoeffisient i ungdomsskolen, noe som isolert sett øker bestanden. Altså: Framskrivningen sender for få elever inn i ungdomsskolen, men holder dem for lenge igjen, både for 1971 og 1972 og på lengre sikt er nettovervirkningen at bestanden i ungdomsskolen blir for stor. Det betyr at utslippet av disse elevene blir for lite. På den annen side sendes noen elever som skulle vært i ungdomsskolen, gjennom 7. klasse i folkeskolen, hvor det ikke er repetisjon i det hele tatt. Av koeffisientene ser vi at av disse elevene går 57,6 % direkte over på framhaldskolen og 34,2 % direkte over på realskolen, begge skoleslag som egentlig er under avvikling. Ifølge statistikken ble bestanden omrent halvert for 1970 til 1971 og videre halvert fra 1971 til 1972. Men dette tar ikke framskrivingen hensyn til. Den sender personene inn i disse to utdanningene. Videre ser vi at fra framhaldsskolen går 27 % over til realskolen, mens repetisjoen bare er 14 %, dvs. at ca. 60 % går ut etter 8 års skolegang. Til gjengjeld til bringer de som går over til realskolen, gjennomsnittlig 2 1/4 år i realskolens tre klasser, altså cellene 8 og 15. For cellene 4-8 under ett, altså nivå 2, ser vi at framskrivningen gir 6 141 elever eller 3,3 % for mye i 1971 og 12 855 eller 6,9 % for mye i 1972. Nettovervirkningen er altså en opphopning av elever på nivå 2. Siden tilveksten til nivå 2 er nokså riktig, betyr dette at utslippet fra nivå 2 blir for lite. Dette fordeler seg mellom videre utdanning på nivå 3 og avsluttet utdanning på nivå 2, og en kan ikke uten videre si hvordan fordelingen blir her.

For nivå 3 har vi tall for personer under utdanning i alle cellene for 1971 og cellene 9-13 og 15 for 1972. Totalt for nivå 3 i 1971, ser vi at framskrivningen gir 1 258 personer eller 1,4 % for lite i forhold til tallet fra statistikken. Bestanden er altså ganske bra. Når det gjelder repetisjon på nivå 3, ser vi at alle cellene her representerer ett-årige utdanninger eller ett klasse-trinn av fler-årige, og at repetisjonen i de enkelte celler er liten (et par-tre prosent). Imidlertid har vi en del overganger mellom celler på nivå 3, slik at total repetisjon i 1969 var ca. 17 000 personer eller ca. 19 %. Dette kan selvfølgelig være feil, og vi kan derfor ikke si noe sikkert hvorvidt tilveksten til nivå 3 er riktig. Vi kan bare si at hvis våre antakelser om repetisjon på nivå 3 er riktig, så betyr det at vi har noenlunde riktig bestand på nivå 3, at tilveksten til nivå 3 er nokså riktig. Av koeffientene ser vi imidlertid at denne tilveksten kommer både fra avsluttet utdanning og fra utdanning på nivå 2. Hvis derfor tilveksten fra avsluttet utdanning er riktig, blir også tilveksten fra nivå 2 riktig, og vi kan da slutte at utslippet fra nivå 2 til avsluttet utdanning er for lite.

Total bestand på nivå 3 var altså ganske riktig, men vi har ikke vært like heldig med fordelingen av denne bestanden på de ulike celler. De relative avvikene er betydelige begge veier. Gjennomsnittet av de positive avvikene er 43,2 % og gjennomsnittet av de negative - 19,0 %. Totalt, hvis en ikke tar hensyn til fortegnet har vi

$$\frac{1}{23} \sum_{i=9}^{31} \left| \frac{\phi_i^{1971F} - \phi_i^{1971S}}{\phi_i^{1971S}} \right| \cdot 100 = 29,5$$

der topptskriftene F og S betegner at tallene kommer fra framskrivningen og statistikken. For de absolutte tallene, ser vi at det gjennomsnittlige tallverdiavviket er

$$\frac{1}{23} \sum_{i=9}^{31} \left| \phi_i^{1971F} - \phi_i^{1971S} \right| = 364$$

og kvadratroten av det gjennomsnittlige kvadratavvik

$$\sqrt{\frac{1}{23} \sum_{i=1}^{31} (\phi_i^{1971F} - \phi_i^{1971S})^2} = 463$$

De cellene vi har tall for i 1972, ser ut til å gi samme inntrykk som i 1971.

Vi går så over til å se på nivå 4. Også her har vi fullstendig data bare for 1971, mens vi for 1972 har tall for noen celler, nemlig 35-37, gymnaset. For 1971 ser vi at inntrykket er nokså analogt med nivå 3: Framskrivningen gir totalt 1 353 eller ca. 2 % for få elever i forhold til tallene fra statistikken, mens avvikene for de enkelte celler er av omtrent samme størrelsesorden som for nivå 3.

Så har vi bare totaltallet for personer under utdanning på nivå 5 og 6 i 1971. (Fra statistikken over universiteter og høgskoler, har vi bare et foreløpig totaltall for antall studenter.) Vi ser at framskrivningen gir 1 559 personer eller 2,1 % for lite. Siden vi ikke vet noe om fordelingen, er det vanskelig å si noe mer om dette ved direkte betrakninger.

b) Stokastisk behandling

Det var i avsnitt a) et tydelig behov for kriterier til å avgjøre om avvik var "store" eller "små". Som et første forsøk har vi forsøkt å se på noen egenskaper ved den stokastiske modellen først i avsnitt 2 C c). I denne modellen er det blant andre mangler, ikke rom for skranner på overgangene. Vi vet jo imidlertid at dette faktisk opptrer, slik at det er tvilsomt om modellen kan brukes til noen konkrete sluttninger slik den nå er. Det vi har forsøkt å si noe om, er derfor den usikkerhet som vil være til stede hvis en slik modell gir en tilfredsstillende simulering av faktiske forhold. Det er altså usikkerhet som vi ikke blir kvitt selv om modellen gir en riktig spesifikasjon og vi ikke har noen målefeil i de data vi bruker. For det første blir overgangssannsynlighetene estimert ved hjelp av overgangskoeffisientene i observasjonsåret, og er følgelig usikre. Tallet i vedlegg 2 kan tolkes

som punktestimater og tallene i vedlegg 5 som marginale, 95 % konfidensientervallestimatorer, dersom forutsetningene for en så enkel modell er oppfylt.

For det andre blir prediksjoner alltid usikre, selv om vi kjenner fordelingen til de variable som skal predikeres. Tallene i vedlegg 3 kan tolkes som punktprediksjoner og tallene i vedlegg 6 som marginale, 95 % intervallprediksjoner for de stokastiske variable i vektoren ϕ^{1971} , gitt at forutsetningene for vår enkle modell er oppfylt og at overgangssannsynlighetene er de som er gjengitt i vedlegg 2.

Det er et par ting som kan være verd å merke seg. Når det gjelder usikkerheten i anslagene på overgangssannsynlighetene, så er ikke dette noe som skyldes svakheter i våre data. Eventuelle målefeil el. lign. fra vår side, vil komme i tillegg. Den eneste måten å redusere usikkerheten ved anslagene er å bruke observasjoner fra flere år. Da må enten sannsynlighetene være konstante over tiden, eller formen på variasjonen med tiden må kunne estimeres.

Usikkerheter ved prediksjonen er det ikke mulig å redusere i det hele tatt, dersom modellspefikasjonen og parametrene er riktig. Den er jo den usikkerhet som da faktisk er til stede. Det kan jo imidlertid være at forutsetningene ikke er oppfylt, og det åpner visse muligheter. Hvis det f.eks. er celler hvor overgangssannsynlighetene varierer¹⁾, kan vi jo kanskje få splittet disse videre opp. Hvis det da viser seg at de enkelte grupper markerer seg i ulike retninger, at deres overgangssannsynligheter sentrer seg om forskjellige celler, kan prediksjonene bedres. Men hvis alle har de samme overgangssannsynligheter, er det intet å gjøre.

4. DET VIDERE ARBEID.

En omlegging av klassifikasjonen er allerede satt i gang. Cellene som inneholder personer under utdanning på lavere nivå enn universiteter og høgskoler, vil etter denne omleggingen ikke inneholde mer enn ett klassetrinn. Videre vil vi enten se helt bort fra flyttinger over landegrensene eller skille dem ut fra tilveksten av nye kull og døde. Når vi får resultatene fra Folketellingen 1970, vil vi justere bestandstallene for personer i avsluttet utdanning. Vi regner med at vi under dette arbeidet vil oppdage og få rettet en del direkte feil som er gjort i data-arbeidet tidligere.

På det mer teoretiske plan, vil vi se videre på de ideene som kom fram i kapittel 2C. Særlig vil vi konsentrere oss om å finne metoder til å behandle kapasitetsproblemet med det foreliggende datamaterialet.

1) Ulike grupper av personer i cellen har ulike overgangssannsynligheter.

Vedlegg 1. Klassifisering av personer etter utdanningsaktivitet og etter fullført utdanning

Til modellen trengs systemer for klassifisering av personer etter utdanningsaktivitet og etter fullført utdanning. For denne klassifiseringen har vi stilt opp følgende mål:

a) Vi ønsker et klassifikasjonssystem som både kan benyttes til å klassifisere personer etter hvilken utdanning de holder på med, og etter hvilken utdanning de har fullført. Systemet må være slik at det er samsvar mellom klassifiseringen av personen når han holder på med utdanningen og klassifiseringen av den samme personen når han har fullført den.

b) Vår klassifisering skal bygge på Byråets Standard for utdanningsgruppering.

Standard for utdanningsgruppering plasserer utdanninger med samme samlet utdanningstid (antall år for forutdanning + antall år for fullføring av den aktuelle utdanning) på samme nivå. Vi har stort sett beholdt denne inndelingen. Faginndelingen er endret ut i fra ønsket om å holde tallet på grupper av utdanninger på et praktisk håndterlig nivå, og for å etterkomme kravet om at de av standardens enkeltutdanninger som går inn i hver gruppe, må kunne regnes å ha noenlunde lik utvikling med hensyn til elevtall, opptaksgrunnlag og elevatferd ved valg av videreutdanning.

Den klassifikasjonen vi kom fram til, er gjengitt nedenfor¹⁾. Da modellarbeidet startet, hadde vi standardens 1970-utgave å holde oss til. Vi kjente imidlertid til en del av de viktigste endringene som ville komme fram i den nye utgaven i 1973, og tok hensyn til dem ved oppbygginga av modellens klassifikasjonssystem. Det gjelder f.eks. deling av gymnasnivået. En del utdanninger har endret nivåpassering som følge av ny informasjon eller av utviklinga innenfor vedkommende utdanning. Mange av disse endringene har vi ikke fått med vår klassifikasjon. Ellers har en i 1973-utgaven gått over til å plassere utdanninger som går over flere klasstrinn, bare på ett nivå, nemlig det nivå som eleven kommer på i siste klasstrinn. I 1970-utgaven var flerårige utdanninger tatt med på hvert av de nivåene eleven var på ettersom han gikk gjennom utdanningen. Når vi nedenfor viser til 1973-utgaven, har vi for disse nivåene satt opp Standardens hode med en parentes bak som viser hvilke klasstrinn innenfor vedkommende utdanning den aktuelle modellkoden omfatter.

Noen vil kanskje stille spørsmålstege ved at vi spesifiserer en og samme utdanning på flere nivåer. Årsaken er at vi skal bruke samme klassifikasjonssystem til å klassifisere både etter utdanningen eleven holder på med og etter utdanningen en person har fullført. Klassifikasjonen etter utdanningen personen holder på med, ønsker vi skal inneholde en slags klasstrinnsinndeling for å få fram overgangene mellom klasstrinnene. Derfor ønsker vi å spesifisere utdanningen for hvert nivå den strekker seg over. Vi skal gi et eksempel på hva dette fører til i praksis.

Tre-årig teknisk skole krever 10 års forutdanning. Første og andre skoleåret vil en elev ved tre-årig teknisk skole bli klassifisert på samme nivå som elever ved andre utdanninger med 10 års utdanning. Dette nivået strekker seg over to klasstrinn. Tredje året blir eleven plassert på nivået over, sammen med utdanninger som har 12 års forutdanning. Når han har fullført tre-årig teknisk skole, blir han å plassere på tilsvarende nivå. Men dersom eleven slutter etter andre klasse? Da vil han etter vårt system bli klassifisert som å ha fullført de to første årene av tre-årig teknisk skole.

I andre utdanningsmodeller har en bare med "hele" fullført utdanninger. En person som avbryter en utdanning blir klassifisert etter høyeste utdanningen personen har fullført før han startet på den utdanningen som ble avbrutt. Se bl.a. Thonstad [1.s. 36-39].

Det finnes også metoder til å ta hensyn til klasstrinnsinndelingen, som ikke definerer et avbrudd på et klasstrinn som en fullført utdanning, se bl.a. Birkeland [4.s. 71-79].

Vi skal så definere uttrykket "høyeste fullførte utdanning" som vi har benyttet en del. Den høyeste fullførte utdanningen en person har, er den utdanning personen har fullført som krever lengre samlet utdanningstid (antall år for forutdanning + antall år for fullføring av den aktuelle utdanning). I de fleste tilfeller vil det si den fullførte utdanning som kommer på det høyeste nivået i vårt klassifikasjonssystem (se tabell 1.1.). Dersom personen fullfører flere utdanninger som er "like høye", blir han klassifisert etter den utdanning han sist fullfører.

1) NUS-kodene refererer seg til 1973-utgaven av standarden. Vi vil imidlertid bare forklare kodingen av data fra 1969 og 1970, og har derfor ikke ført opp utdanninger som er kommet til siden.

Vedlegg 1. Definisjon av innholdet i cellene

FOR CELLE 1.

Cellens nr.	Kriterium for å være i cellen
-------------	-------------------------------

- 1 Ikke ha begynt på skolen og å fylle 6 eller 7 år i løpet av året

FOR CELLENE 2-143

Cellens nr.	Kriterium for å være i cellen: Utd. personer i cellen holder på med etter NUS-koden. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen går over flere nivåer i standarden)
-------------	---

- 1 Barneskolenivå
- 2 111 Grunnskole/barnetrinnet
- 3 113 Spesialskole/barnetrinnet
- 2 Ungdomsskolenivå
- 4 211 Grunnskole/ungdomstrinnet
- 5 212 Folkeskole, 7. klasse
- 6 213 Spesialskole/ungdomstrinnet
- 7 214 Framhaldsskole
- 8 316 (8-9) Realskole/1.-2. klasse
- 3 Gymnasnivå I
- 9 311 Grunnskole/10. skoleår
- Reformgymnas/1. klasse
- 10 4141-43 (10) Gymnas/engelsk-, norrøn- og latinlinje 1. klasse
- 12 4144 (10) Gymnas/økonomisk linje og sosiallinje, 1. klasse
- 13 4146 (10) Gymnas/real- og naturfaglinje, 1. klasse
- 14 315, 321-323, 2191,1-2, 3195, 4193, 325 Folkehøgskole/grunnkurs
- 15 316 (10) Realskole/3. klasse
- 16 34 Kontor- og handelsfag
- 17 351, 324, 326, 327, 4762,4 Tekstil-, sør- og lærvarefag
- 18 352 Finmekaniske fag
- 19 353, 4532,2 Mekaniske fag ellers
- 20 354 Jern- og metallfag ellers
- 21 355 Elektrofag
- 22 356, 4564,7 (10) Trearbeids-, bygge- og anleggsfag
- 23 357 Grafiske fag
- 24 358 Næringsmidelfag
- 25 359 Andre industrifag
- 26 361-363, 385 Maritime fag
- 27 364-369 unntatt 3662,1 og 3663,1, 4671,3 Andre samferdselsfag
- 28 371-379 Helsefag
- 29 381-383 Landbruksfag
- 30 391-392, 4922,1 Hustell og restaurantfag
- 31 393-399, 3973,1, 3974,1 Andre tjenestytingsfag
4. Gymnasnivå II
- 32 Reformgymnas/språklig linje
- 33 " " /samfunnssfaglig linje
- 34 " " /naturfaglig linje
- 35 4141-4143 (11-12) Gymnas/engelsk-, norrøn- og latinlinje
- 36 4144 (11-12) Gymnas/økonomisk og sosial linje
- 37 4146 (11-12) Gymnas/real- og naturfaglinje

Cellens nr.	Kriterium for å være i cellen: Utd. personer i cellen holder på med etter NUS-koden. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen går over flere nivåer i standarden)
38	415, 421-423, 5276,1 Folkehøgskole/videregående kurs
39	425, 428 Musikk- og teaterfag
40	424, 426, 427, 429 Estetiske fag ellers
41	5321,1 (11-12) 4-årig lærerskole/1.-2. klasse
42	431, 433-439 Undervisning ellers
43	441-443 Administrative fag og kontorfag
44	444-449 Handelsfag
45	451 Tekstil-, sør- og lærvarefag
46	452 Finmekaniske fag
47	453 unntatt 4532,2 Mekaniske fag ellers
48	454 Jern- og metallfag ellers
49	455 Elektrofag
50	456 Trearbeide-, bygge- og anleggsfag
51	457 Grafiske fag
52	458 Næringsmiddelfag
53	459 Andre industrifag
54	5551-5555, 5561-5564, 5571-5572, 5581-5582, 5591 (11-12) for alle Teknisk skole/1. eller 1. og 2. skoleår
55	461-463, 5611,1 Maritime fag
56	464-469 unntatt 4671,3 Andre samferdselsfag
57	5711, 573, 5741, 5762 1. og 2. semester Helsefag
58	481-483 Landbruksfag
59	491-492 unntatt 4922,1 Hustell- og restaurantfag
60	493-495 Fag for personlig tenestytting
61	497-499, 3972,1, 3973,3, 3974,5 Sivile tryggingsfag og militære fag
62	5 Universitets- og høgskolenivå I
63	523-525 Språk- og språkvitenskapelige fag
64	5286-5288, 6286,1-3 (13-14), 6287 (13-14) Utdanning av kunstnere
65	5261 Examen philosophicum
66	521, 522, 529, 5262-5269, 527 unntatt 5276,1 (11-12), 6276,2 (13-14), 5282-5284 Andre humanistiske fag
67	5321,1 (13-14), 5321,2-5, 6321-23 (13-14) Alm. lærerutdanning
68	5311,1, 533 Annen lærerutdanning
69	6412,1 (13-14) Siviløkonomistudiet/1.-2. skoleår
70	541, 6411,3 (13-14), 6416,1, 6417,3 (13-14) Andre øk.-adm. fag
71	6421,1 (13-14), 5511,2 Sos.øk.emb.eks./1. avd.øk.
72	7431,1 (13-14) Psyk.emb.eks./1. avd.1. avsn.
73	6481 (13-14) Juridisk emb.eks./1. avd.
74	5372-5374, 5422-5424, 5432, 544-545, 548, 549 Samfunnsvitenskapelige fageksamener
75	5466,1 Sosialskole
76	5511,1 Forkurs i matematikk
77	5512 Matematiske emner
	552-554 Fysiske, kjemiske og biologiske emner

Vedlegg 1 (forts.). Definisjon av innholdet i cellene

FOR CELLENE 2-143 forts.

Cellens nr.	Kriterium for å være i cellen: Utd. personer i cellen holder på med etter NUS-koden. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen går over flere nivåer i standarden)	Kriterium for å være i cellen: Utd. personer i cellen holder på med etter NUS-koden. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen går over flere nivåer i standarden)
78	755-757 (13-14), 7582 (13-14), 7591 (13-14) Sivilingeniørstudiet/1.-2. årskurs	115 7592-7593 (14-16), 7597,1 (14-16), 781-783 (15-16) Landbruksutdanning/1.-2. årskurs
79	555-559 For alle utdanninger som er spesifisert i 54 med klassetrinn 11-12 omfatter celle 79 klassetrinn 13 evt. 14 Teknisk skole/siste skoleår	116 6981 Krigsskoleutdanning
80	7581,6 (13-14) Arkitektstudiet/1.-2. årskurs	117 7441,1 (15-16) Cand.sosiol./1. avd.
81	561-569 Samferdselsfag	7 Universitets- og høgskolenivå III
82	7711,1 (13-14) Cand.med.-studiet/1. avd.	118 7232-7243 Cand.philol./språk hovedfag
83	7721,1 (13-14) Cand.odont.studiet/1. avd.	119 7212, 7272, 7282, 7372, 7492 Cand.philol./andre hum. hovedfag
84	6751,2 (13-14) Cand.pharm.-studiet/1. avd. 1. avsn.	120 7245, 7255-7256 Mag.art./språk og språkvitenskap
85	7771,1 (13-14) Cand.med.vet.-studiet/1. avd.	121 7215, 7225, 7265, 7275, 7285, 7295 Mag.art./andre hum.fag
86	5712-5716, 572, 573, 575-576 For 5762,1 trinn 13 Helsefag ellers	122 7271,1 (17-18), 7277,0 Teologi-utdanning
87	585, 595-599 Andre fag på UOH-nivå I	123 7331,1 Handelslærerstudiet
	6 Universitets- og høgskolenivå II	124 7341-7349 Lektorutdanning
88	6245-6246 Cand.mag./språkfag	125 7371,1 (17-18) Cand.paed.-studiet/2.-4. avd.
89	6215, 6265, 6275, 6295-6296 Cand.mag./andre hum.fag	126 7421,1 (17) Sos.øk.emb.eks./2. avd.
90	6233-6244 Hovudfag/språkfag	127 7431,1 (17-18) Psyk.emb.eks./2. avd.
91	6213, 6273, 6283 Hovudfag/andre hum.fag	128 7481,1 (17) Juridisk emb.eks./3. avd.
92	6276,2 (15-16), 7271,1 (15-16) Teolog-/misjonærutdanning	129 7374, 7444, 7454 Cand.polit.
93	6287 Utdanning av kunstnere	130 7375, 7425, 7435, 7445, 7455, 7485, 7495 Mag.art./samfunnsfag
94	6321-6323 (15) Alm. lærerutdanning/3-årig	131 7511 Aktuar.eks.
95	6324-6329, 633 Videre utdanning for lærarar	132 7512 Cand.real./matem. hovudfag
96	634, 6378,1 Adjunktutdanning	133 7373, 7522, 7523, 7532, 7542 Cand.real./andre hovudfag
97	7371,1 (15-16) Cand.paed.-studiet/1.-2. avd.	134 7515, 7525, 7526, 7535, 7545 Mag.scient.
98	6412,1 (15-16), 7412,3 Siviløkonomi-studiet/3. studieår	135 755-757 (17), 7582 (17), 7591 (17) Sivilingeniørstudiet/eks.term.
99	6411 (15-16), 6417,1, 6417,3 (15), 6489,1 Andre øk.-adm. fag	136 7581 (17) Arkitektstudiet/eks.term.
100	6421,1 (15) Sos.øk.emb.eks./1. avd. stat.	137 7711,1 (17), 7711,2 Cand.med.-studiet/2. avd., 5.-11. term.
101	7431,1 (15-16) Psyk.emb.eks./1. avd. 2. avsn.	138 7721,1 (17) Cand.odont.studiet/3. avd., 5.-7. term.
102	7481 (15) Juridisk emb.eks./2. avd.	139 7751,1 (17) Cand.pharm.studiet/2.avd.
103	Tom kode	140 7771,1 (17) Cand.med.vet.-studiet/2. avd., 2.-3. avsnitt
104	6485, 6495-6496 Cand.mag./samf.fag	141 7592-7593 (17), 781-783 (17) Landbruksutd./3. årskurs
105	6373, 6443, 6453, 6493 Hovudfag samf.fag	142 798 Høgare militær utdanning
106	6511, 7511,1 (15-16) Aktuarstudiet-fors.tekn.eks.	143 7441,1 (17-18) Cand.sociol./2. avd.
107	6515 Cand.mag./matematiske fag	
108	6525-6526, 6535, 6545, 6595 Cand.mag./andre nat.vit.fag	
109	755-757 (15-16), 7582 (15-16), 7591 (15-16) Sivilingeniørstudiet/3.-4. årskurs	
110	7581 (15-16) Arkitektstudiet/3.-4. årskurs	
111	7711,1 (15-16) Cand.med.studiet/2. avd. 1.-4. ter.	
112	7721,1 (15-16) Cand-odont.studiet/2.-3. avd., 1.-4. ter.	
113	6751,2 (15) Cand.pharm.studiet/1. avd., 2. avsn.	
114	7771,1 (15-16) Cand.med.vet.studiet/2. avd., 1. avsn.	

FOR CELLENE 144-429

Cellens nr.	Utdanning personer i cellene har fullført etter NUS-kode. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen strekker seg over flere nivåer i standarden)	Antall år personer fyller i året
144		
145		
146	Disse cellene er "ledige" dvs. vi lar en person	
147	repetere i cellen	
148		
149		
	2 Ungdomsskolenivå	
150	211 Grunnskole/ungdomstrinnet	- 17
155	" "	18 -
151	212 Folkeskole. 7. klasse	- 17
156	" "	18 -
152	213 Spesialskole/ungdomstrinnet	- 17
157	" "	18 -
153	214 Framhaldsskole	- 17
158	" "	18 -
154	316 (8-9) Realskole/1.-2. klasse	- 17
159	" "	18 -
	3 Gymnasnivå I	
160	311 Grunnskole/10. skoleår	- 19
183	" "	20 -
161	- Reformgymnas/1. klasse	- 19
184	" "	20 -
162	4141-43 (10) Gymnas/engelsk-, norrøn- og latinlinje, 1. klasse	- 19
185	4141-43 (10) Gymnas/engelsk-, norrøn- og latinlinje, 1. klasse	20 -
163	4144 (10) Gymnas/øk.linje og sosiallinje, 1. klasse	- 19
186	" " " "	20 -
164	4146 (10) Gymnas/real- og naturfaglinje, 1. klasse	- 19
187	" " " "	- 19
165	315, 321-323, 2191,1 -2, 3195, 4193, 325 Folkehøgskole/grunntrinnet	" " 20 -
188		
166	316 (10) Realskole/3. klasse	- 19
189	" "	20 -
167	34 Kontor- og handelsfag	- 19
190	" "	20 -
168	351, 324, 326, 327, 4762,4 Tekstil-, sør- og lærsvarefag	- 19
191	" " "	20 -
169	352 Finnmekaniske fag	- 19
192	" "	20 -
170	353, 4532,2 Mekaniske fag ellers	- 19
193	" " "	20 -
171	354 Jern- og metallfag ellers	- 19
194	" " "	20 -
172	355 Elektrofag	- 19
195	" "	20 -
173	356, 4564,7 (10) Trearbeids-, bygge- og anleggsfag	- 19
196	" " "	20 -
174	357 Grafiske fag	- 19
197	" "	20 -
175	358 Næringsmiddelfag	- 19
198	" "	20 -
176	359 Andre industrifag	- 19
199	" " "	20 -
177	361-363, 385 Maritime fag	- 19
200	" " "	20 -
178	364-369 unntatt 3662,1 og 3663,1, 4671,3 Andre samferdselsfag	- 19
201	" " "	20 -
179	371-379 unntatt 3731,2 Helsefag	- 19
202	" "	20 -
180	381-383 Landbruksfag	- 19
203	" "	20 -
181	391-392, 4922,1 Husstell og restaurantfag	- 19
204	" " "	20 -
182	393-399, 3973,1, 3974,1 Andre tjenesteytingsfag	- 19
205	" " "	20 -
	4 Gymnasnivå II	
206	Reformgymnas/språklig linje	- 22
236	" / " "	23 -
207	Reformgymnas/samf.fagl.linje	- 22
237	" / " "	23 -

FOR CELLENE 144-429 (forts.)

Cellens nr.	Utdanning personer i cellene har fullført etter NUS-kode. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen strekker seg over flere nivåer i standarden)	Antall år personer fyller i året
	4 Gymnasnivå II (forts.)	
208	Reformgymnas/naturfagl.linje	- 22
238	" "	23 -
209	4141-4143 Gymnas/engelsk-, norrøn- og latinlinje	- 22
239	" "	23 -
210	4144 Gymnas/økonomisk og sosiallinje	- 22
240	" "	23 -
211	4146 Gymnas/real- og naturfaglinje	- 22
241	" "	23 -
212	415, 421-423, 5276,1 Folkehøgskole/videregående kurs	- 22
242	" "	23 -
213	425, 428 Musikk- og teaterfag	- 22
243	" "	23 -
214	424, 426, 427, 429 Estetiske fag ellers	- 22
244	"	23 -
215	5321,1 (11-12) 4-årig lærerskole/l.-2. klasse	- 22
245	" "	23 -
216	431, 433-439 Undervisningsfag ellers	- 22
246	"	23 -
217	441-443 Administrative fag og kontorfag	- 22
247	"	23 -
218	444-449 Handelsfag	- 22
248	"	23 -
219	451 Tekstil-, sør og lærvarefag	- 22
249	"	23 -
220	452 Finmekaniske fag	- 22
250	"	23 -
221	453 unntatt 4532,2 Mekaniske fag ellers	- 22
251	"	23 -
222	454 Jern- og metallfag ellers	- 22
252	"	23 -
223	455 Elektrofag	- 22
253	"	23 -
224	456 Trearbeide-, bygge- og anleggsfag	- 22
254	"	23 -
225	457 Grafiske fag	- 22
255	"	23 -
226	458 Næringsmiddelfag	- 22
256	"	23 -
227	459 Andre industrifag	- 22
257	"	23 -
228	5551-5555, 5561-5564, 5571-5572, 5581-5582, 5591 (11-12) for alle Teknisk skole/1. eller 1. og 2. skoleår	- 22
258	5551-5555, 5561-5564, 5571-5572, 5581-5582, 5591 (11-12) for alle Teknisk skole/1. eller 1. og 2. skoleår	23 -
229	461-463, 5611,1 Maritime fag	- 22
259	"	23 -
230	464-469 unntatt 4671,3 Andre samferdselsfag	- 22
260	"	23 -
231	5711, 573, 5741, 5762 1. og 2. semester Helsefag	- 22
261	"	23 -
232	481-483 Landbruksfag	- 22
262	"	23 -
233	491-492 unntatt 4922,1 Husstell- og restaurantfag	-
263	"	
234	493-495 Fag for personlig tjenesteyting	- 22
264	" "	23 -
235	497-499, 3972,1, 3973,3, 3974,5 Sivile tryggingsfag og militære fag	- 22
265	497-499, 3972,1, 3973,3, 3974,5 Sivile tryggingsfag og militære fag	23 -
	5 Universitets- og høgskolenivå I	
266	523-525 Språk- og vitenskapelege fag	- 25
322	" "	26 -
267	5286-5288, 6286,1-3 (13-14), 6287 (13-14) Utdanning av kunstnere	- 25
323	"	26 -
268	5261 Examen philosophicum	- 25
324	"	26 -

FOR CELLENE 144-429 (forts.)

Cellens nr.	Utdanning personer i cellene har fullført etter NUS-kode. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen strekker seg over flere nivåer i standarden)	Antall år personer fyller i året
5 Universitets- og høgskolenivå I (forts.)		
269	521, 522, 529, 5262-5269, 527 unntatt 5276,1 (11-12), 6776,2 (13-14), 5282-5284 Andre humanistiske fag	- 25
325	521, 522, 529, 5262-5269, 527 unntatt 5276,1 (11-12), 6776,2 (13-14), 5282-5284 Andre humanistiske fag	26 -
270	5321,1 (13-14), 5321,2-5, 6321-23 (13-14) Alm. lærerutdanning	- 25
326	"	26 -
271	5311,1, 533 Annen lærerutdanning	- 25
327	"	26 -
272	6412,1 (13-14) Siviløkonomistudiet/1.-2. år	- 25
328	"	26 -
273	541, 6411,3 (13-14), 6416,1, 6417,3 (13-14) Andre øk.-adm. fag	- 25
329	"	26 -
274	6421,1 (13-14), 5511,2 Sos.øk.emb.eks./1.avd.øk.	- 25
330	"	26 -
275	7431,1 (13-14) Psyk.emb.eks./1.avd., 1.avsn.	-
331	"	26 -
276	6481 (13-14) Juridisk emb.eks./1.avd.	- 25
332	"	26 -
277	5372-5374, 5422-5424, 5432, 544-545, 548, 549 Samfunnsvitenskapelige fageksamener	- 25
333	5372-5374, 5422-5424, 5432, 544-545, 548, 549 Samfunnsvitenskapelige fageksamener	26 -
278	5466,1 Sosialskole	- 25
334	"	26 -
279	5511,1 Forkurs i matematikk	- 25
335	"	26 -
280	5512 Matematiske emner	- 25
336	"	26 -
281	552-554 Fysiske, kjemiske og biologiske emner	- 25
337	"	26 -
282	755-757 (13-14), 7582 (13-14), 7591 (13-14) Sivilingeniørstudiet/1.-2. årskurs	- 25
338	755-757 (13-14), 7582 (13-14), 7591 (13-14) Sivilingeniørstudiet/1.-2. årskurs	26 -
283	555-559 For alle utdanninger som er spesifisert i 54 med klassetrinn 11-12 omfatter celle 283 klassetrinn 13 evt. 14. Teknisk skole/siste skoleår	- 25
339	555-559 For alle utdanninger som er spesifisert i 54 med klassetrinn 11-12 omfatter celle 339 klassetrinn 13 evt. 14. Teknisk skole/siste skoleår	26 -
284	7581,6 (13-14) Arkitektstudiet/1.-2. årskurs	- 25
340	"	26 -
285	561-569 Samferdselsfag	- 25
341	"	26 -
286	7711,1 (13-14) Cand.med.-studiet/1. avd.	- 25
342	"	26 -
287	7721,1 (13-14) Cand.odont.studiet/1. avd.	- 25
343	"	26 -
288	6751,2 (13-14) Cand.pharm.-studiet/1. avd.avsn.	- 25
344	"	26 -
289	7771,1 (13-14) Cand.med.vet.-studiet/1. avd.	- 25
345	"	26 -
290	5712-5716, 572, 573, 575, 576 for 5762,1 gjelder klassetrinn 13. Helsefag ellers	- 25
346	5712-5716, 572, 573, 575, 576 for 5762,1 gjelder klassetrinn 13. Helsefag ellers	26 -
291	585, 595-599 Andre fag på UOH-nivå I (nivå 5)	- 28
347	"	29 -
6 Universitets- og høgskolenivå II		
292	6245-6246 Cand.mag./språkfag	- 28
348	"	29 -
293	6215, 6265, 6275, 6295-6296 Cand.mag./andre hum. fag	- 28
349	"	29 -
294	6233-6244 Hovedfag/språkfag	- 28
350	"	29 -
295	6213, 6273, 6283 Hovedfag/andre hum. fag	- 28
351	"	29 -
296	6276,2 (15-16), 7271,1 (15-16) Teolog-/misjonærutdanning	- 28
352	"	29 -
297	6287 Utddanning av kunstnere	- 28
353	"	29 -

FOR CELLENE 144-429 (forts.)

Cellens nr.	Utdanning personer i cellene har fullført etter NUS-kode. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen strekker seg over flere nivåer i standarden)	Antall år personer fyller i året
	6 Universitets- og høgskolenivå II (forts.)	
298	6321-6323 (15) Alm. lærerutdanning/3-årig	- 28
354	" "	29 -
299	6324-6329, 633 Videreutdanning for lærere	- 28
355	" "	29 -
300	634, 6378,1 Adjunktutdanning	- 28
356	" "	29 -
301	7371,1 (15-16) Cand.paed.-studiet/1.-2.avd.	- 28
357	" "	29 -
302	6412,1 (15-16), 7412,3 Siviløkonomistudiet/3. studieår	- 28
358	" "	29 -
303	6411 (15-16), 6417,1, 6417,3 (15), 6489,1 Andre øk.-adm. fag	- 28
359	" " " "	29 -
304	6421,1 (15) Sos.øk.emb.eks./1. avd.stat.	- 28
360	" "	
305	7431,1 (15-16) Psyk.emb.eks./1. avd., 2. avsn.	- 28
361	" "	29 -
306	7481 (15) Juridisk emb.eks./2. avd.	- 28
362	" "	29 -
307	Tom kode	- 28
363	" "	29 -
308	6485, 6495-6496 Cand.mag./samf.fag	- 28
364	" "	29 -
309	6373, 6443, 6453, 6493 Hovedfag/samf.	- 28
365	" "	29 -
310	6511, 7511,1 (15-16) Aktuarstudiet-fors.tekn.eks.	- 28
366	" "	29 -
311	6515 Cand.mag./matematiske fag	- 26
367	" "	29 -
312	6525-6526, 6535, 6545, 6595 Cand.mag./andre nat.vit. fag	- 28
368	" "	29 -
313	755-757 (15-16), 7582 (15-16), 7591 (15-16) Sivilingeniørstudiet/3.-4. årskurs	- 28
369	755-757 (15-16), 7582 (15-16), 7591 (15-16) Sivilingeniørstudiet/3.-4. årskurs	29 -
314	7581 (15-16) Arkitektstudiet/3.-4. årskurs	- 28
370	" "	29 -
315	7711,1 (15-16) Cand.med.studiet/2. avd., 1.-4. term.	- 28
371	" "	29 -
316	7721,1 (15-16) Cand.odont.studiet/2.-3. avd., 1.-4. term.	- 28
372	" " " "	29 -
317	6751,2 (15) Cand.pharm.-studiet/1. avd., 2. avsn.	- 28
373	" " " "	29 -
318	7771,1 (15-16) Cand.med.vet.studiet/2. avd., 1. avsn.	- 28
374	" "	29 -
319	7592-7593 (14-16), 7597,1 (14-16), 781-783 (15-16) Landbruksutdanning/1.-2. årskurs	- 28
375	7592-7593 (14-16), 7597,1 (14-16), 781-783 (15-16) Landbruksutdanning/1.-2. årskurs	29 -
320	6981 Krigsskoleutdanning	- 28
376	" "	29 -
321	7441,1 (15-16) Cand.sociol./1. avd.	- 28
377	" "	29 -
	7 Universitets- og høgskolenivå III	
378	7232-7243 Cand.philol./språk hovedfag	- 31
404	" "	32 -
379	7212, 7272, 7282, 7372, 7492 Cand.philol./andre hum. hovedfag	- 31
405	" " "	32 -
380	7245, 7255-7256 Mag.art./språk og språkvitenskap	- 31
406	" "	32 -
381	7215, 7225, 7265, 7275, 7285, 7295 Mag.art./andre hum. fag	- 31
407	" " "	32 -
382	7271,1 (17-18), 7277,0 Teologiutdanning	- 31
408	" "	32 -
383	7331,1 Handelslærerstudiet	- 31
409	" "	32 -
384	7341-7349 Lektorutdanning	- 31
410	" "	32 -
385	7371,1 (17-18) Cand.paed.-studiet/2.-4. avd.	- 31
411	" "	32 -

FOR CELLENE 144-429 (forts.)

Cellens nr.	Utdanning personer i cellene har fullført etter NUS-kode. (Klassetrinnene er satt i parentes hvis utdanningen strekker seg over flere nivåer i standarden)	Antall år personer fyller i året
7 Universitets- og høgskolenivå III (forts.)		
386	7421,1 (17) Sos.øk.emb.eks./2. avd.	- 31
412	" "	32 -
387	7431,1 (17-18) Psyk.emb.eks./2. avd.	- 31
413	" "	32 -
388	7481,1 (17) Juridisk emb.eks./3. avd.	- 31
414	" "	32 -
389	7374, 7444, 7454 Cand.polit.	- 31
415	"	32 -
390	7375, 7425, 7435, 7445, 7455, 7485, 7495 Mag.art./samfunnsfag	- 31
416	" "	32 -
391	7511 Aktuar emb.eks.	- 31
417	"	32 -
392	Cand.real./matem. hovedfag	- 31
418	" "	32 -
393	7373, 7522-7523, 7532, 7542 Cand.real./andre hovedfag	- 31
419	" "	32 -
394	7515, 7525, 7526, 7535, 7545 Mag.scient.	- 31
420	"	32 -
395	755-757 (17), 7582 (17), 7591 (17) Sivilingeniørstudiet/eks.term.	- 31
421	" "	32 -
396	7581 (17) Arkitektstudiet/eks.term.	- 31
422	" "	32 -
397	7711,1 (17), 7711,2 Cand.med.-studiet/2. avd. 5.-11. term.	- 31
423	" "	32 -
398	7721,1 (17) Cand.odont.-studiet/3.avd., 5.-7. term.	- 31
424	" "	32 -
399	7751,1 (17) Cand.pharm.-studiet/2. avd.	- 31
425	" "	32 -
400	7771,1 (17) Cand.med.vet.-studiet/2. avd., 2.-3. avsn.	- 31
426	" "	32 -
401	7592-7593 (17), 781-783 (17) Landbruksutd./3. årskurs	- 31
427	" "	32 -
402	798 Høgare militær utdanning	- 31
428	"	32 -
403	7441,1 (17-18) Cand.sociol./2. avd.	- 31
429	" "	32 -

FOR CELLE 430

Nr.	Kriterium for å være i cellen
430	Å være i en av cellene 1-429 neste år, men ikke inneværende år

Vedlegg 2. Overgangskoeffisienter fra 1969 til 1970.

Vi gjengir nedenfor alle de overgangskoeffisienter vi har beregnet, jfr. kapittel 3A. Etter terminologien i kapittel 2B, kan tallene nedenfor tolkes som $100\delta_{ij}^{1969}$ eller $100\frac{\gamma_{ij}}{\phi_i}^{1969}$, for $i, j=1, 2, \dots, 430$. For oversiktens skyld har vi multiplisert tallene med 100 for å få dem som prosenter. Kodene er forklart i vedlegg 1. Vi ser f.eks. at fra 4 til 16 er koeffisienten 1.97. Dette leser vi slik at av dem som 1/10 1969 befant seg på ungdomstrinnet i grunnskolen, fikk 1,97% ett år senere kontor- og handelsfagutdanning på nivå 3 ved en av de skoler som omfattes av Byråets utdanningsstatistikk.

Ut fra den stokastiske modellen først i kapittel 2Cc), definert ved (2-C-1)-(2-C-6) og (2-C-16), kan tallene nedenfor tolkes som punktestimater for p_{ij}^{1969} . Jfr. (2-C-21).

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
1	1	2,00	8	12	0,66	14	19	0,22
1	2	97,41	8	13	2,53	14	20	4,06
1	3	0,23	8	15	40,81	14	21	1,34
1	430	0,36	8	154	17,25	14	22	0,78
2	2	82,98	8	430	0,17	14	23	0,07
2	3	0,01	9	10	2,25	14	24	0,06
2	4	14,33	9	11	14,20	14	25	1,94
2	5	2,26	9	12	4,00	14	26	1,24
2	6	0,01	9	13	15,31	14	28	11,07
2	430	0,41	9	14	2,20	14	29	3,08
3	3	88,60	9	16	12,47	14	30	12,46
3	6	10,97	9	17	1,08	14	31	0,35
3	430	0,43	9	18	0,07	14	38	0,72
4	4	72,94	9	20	4,22	14	40	0,50
4	9	7,33	9	21	1,31	14	41	1,44
4	10	0,59	9	22	0,80	14	45	1,10
4	11	3,73	9	23	0,08	14	47	0,79
4	12	1,05	9	24	0,07	14	49	0,41
4	13	4,10	9	25	2,02	14	50	0,96
4	14	0,20	9	26	0,16	14	54	3,80
4	16	1,97	9	28	0,33	14	150	11,97
4	17	0,25	9	29	0,33	14	165	0,04
4	18	0,01	9	30	1,30	14	188	21,82
4	19	0,04	9	31	0,36	14	430	1,06
4	20	0,95	9	38	0,20			0,57
4	21	0,30	9	41	1,07	15	10	0,82
4	22	0,18	9	43	0,84	15	11	4,69
4	23	0,02	9	44	2,12	15	12	1,32
4	24	0,02	9	45	0,23	15	13	5,01
4	25	0,46	9	47	1,26	15	14	7,49
4	26	0,07	9	48	0,07	15	15	4,00
4	30	0,20	9	49	0,33	15	16	11,73
4	150	4,97	9	50	0,44	15	17	1,10
4	155	0,12	9	52	0,12	15	18	0,08
4	430	0,51	9	57	0,40	15	19	0,21
5	7	57,56	9	150	1,31	15	20	4,05
5	8	34,22	9	160	27,90	15	21	1,34
5	16	0,07	9	183	0,40	15	22	0,77
5	20	0,06	9	430	0,56	15	23	0,08
5	26	0,01	10	10	3,56	15	24	0,05
5	151	7,68	10	32	37,93	15	25	1,94
5	430	0,39	10	33	16,37	15	26	0,16
6	6	52,84	10	34	40,68	15	28	0,01
6	17	1,92	10	150	0,81	15	30	1,39
6	20	0,83	10	154	0,16	15	31	0,34
6	152	31,39	10	430	0,49	15	38	0,46
6	157	12,52	11	11	3,88	15	39	0,07
6	430	0,50	11	35	95,09	15	40	0,55
7	7	16,73	11	150	0,21	15	41	1,24
7	8	27,33	11	154	0,03	15	42	0,10
7	14	0,01	11	162	0,24	15	43	0,50
7	16	1,76	11	430	0,55	15	44	1,61
7	17	0,46	12	12	3,99	15	45	0,13
7	18	0,03	12	36	95,19	15	47	0,70
7	19	0,11	12	150	0,19	15	48	0,04
7	20	1,72	12	154	0,05	15	49	0,29
7	21	0,55	12	430	0,58	15	52	0,70
7	22	0,30	13	13	3,99	15	53	0,24
7	23	0,03	13	37	94,45	15	56	0,86
7	24	0,05	13	150	0,66	15	57	6,37
7	25	0,91	13	154	0,07	15	154	0,73
7	26	0,51	13	164	0,26	15	166	38,44
7	28	0,01	13	430	0,57	15	189	0,40
7	29	0,27	13			15	430	0,58
7	30	0,50	14	10	0,23	16	16	4,00
7	31	0,14	14	11	1,47	16	43	0,92
7	153	47,60	14	12	0,42	16	44	5,87
7	158	0,42	14	13	1,60	16	57	0,18
7	430	0,56	14	14	6,04	16	150	0,20
8	8	35,84	14	16	7,08	16	153	0,02
8	10	0,41	14	17	1,09	16	167	79,06
8	11	2,33	14	18	0,09	16	190	9,18

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
17	17	4,01	26	200	13,94	36	74	0,08
17	40	2,34	26	430	0,55	36	75	0,05
17	45	5,95	27	27	4,01	36	76	0,03
17	54	0,07	27	56	1,78	36	163	8,73
17	150	0,10	27	178	74,14	36	186	0,96
17	153	0,03	27	201	19,40	36	210	21,82
17	168	76,33	27	430	0,67	36	240	2,47
17	191	10,60	28	28	4,01	36	430	0,57
17	430	0,57	28	53	0,48	37	37	52,00
18	18	4,40	28	57	4,01	37	38	1,00
18	40	3,30	28	179	68,83	37	52	0,06
18	46	26,37	28	202	22,11	37	54	1,17
18	54	10,99	28	430	0,56	37	56	0,10
18	169	48,35	29	29	6,94	37	62	0,06
18	192	5,49	29	43	4,84	37	64	6,16
18	430	1,10	29	52	1,00	37	65	0,04
19	19	4,01	29	58	27,64	37	66	2,67
19	47	20,04	29	180	44,27	37	67	0,15
19	54	2,40	29	203	14,32	37	68	0,01
19	150	0,20	29	430	1,00	37	69	4,18
19	170	65,33	30	30	4,00	37	70	0,01
19	193	7,41	30	40	0,90	37	72	0,06
19	430	0,60	30	57	1,36	37	73	0,16
20	20	4,00	30	59	5,17	37	75	0,90
20	46	0,76	30	150	0,07	37	76	0,36
20	47	12,70	30	153	0,02	37	77	0,05
20	48	0,85	30	181	73,87	37	78	1,45
20	54	3,69	30	204	14,03	37	79	1,40
20	150	0,20	30	430	0,58	37	80	0,15
20	153	0,05	31	182	77,60	37	82	0,48
20	171	71,43	31	31	4,01	37	83	0,23
20	194	5,75	31	60	8,53	37	84	0,10
20	430	0,57	31	205	9,73	37	85	0,09
21	21	4,01	31	430	0,13	37	86	0,07
21	47	20,69	32	32	100	37	87	0,02
21	49	21,44	32	33	100	37	115	0,10
21	54	10,74	33	33	100	37	164	9,77
21	150	0,18	34	34	100	37	187	1,09
21	153	0,04	34	35	51,85	37	211	13,77
21	172	34,64	35	35	100	37	241	1,52
21	195	7,67	35	38	1,00	37	430	0,59
21	430	0,58	35	39	0,07	38	39	2,11
22	22	4,00	35	40	0,25	38	40	2,11
22	40	5,53	35	54	0,13	38	41	7,08
22	50	24,44	35	57	0,04	38	44	2,41
22	54	18,35	35	62	0,19	38	54	3,46
22	150	0,16	35	63	0,04	38	160	0,15
22	173	40,71	35	64	8,17	38	165	0,75
22	196	6,25	35	65	0,19	38	166	0,75
22	430	0,56	35	66	3,55	38	189	0,15
23	23	4,10	35	67	0,33	38	212	72,29
23	40	50,82	35	68	0,01	38	242	7,98
23	51	2,46	35	69	7,73	38	430	0,75
23	174	36,06	35	72	0,06	39	39	72,41
23	197	5,74	35	73	0,17	39	63	18,97
23	430	0,82	35	74	0,04	39	165	3,45
24	24	4,35	35	75	0,01	39	166	5,17
24	52	6,52	35	84	0,05	40	40	46,20
24	175	83,33	35	85	0,01	40	57	3,36
24	198	5,07	35	86	0,14	40	63	1,46
24	430	0,72	35	115	0,01	40	67	7,02
25	25	4,00	35	162	3,47	40	166	0,29
25	53	11,48	35	185	0,36	40	168	0,29
25	54	0,26	35	209	19,44	40	172	0,29
25	150	0,13	35	239	2,12	40	173	0,29
25	153	0,02	35	430	0,57	40	214	36,55
25	176	79,38	36	36	55,14	40	244	3,65
25	199	4,15	36	38	1,01	40	430	0,58
25	430	0,57	36	62	0,03	41	41	28,64
26	26	4,00	36	64	3,74	41	66	53,52
26	55	5,72	36	68	0,86	41	166	0,09
26	150	0,06	36	69	4,28	41	215	15,34
26	153	0,06	36	70	0,03	41	245	1,78
26	177	75,67	36	72	0,10	41	430	0,62

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
42	42	100,00	51	51	100,00	62	62	45,88
43	43	27,28	52	52	45,79	62	64	0,65
43	160	1,37	52	160	1,87	62	65	7,47
43	166	1,42	52	166	2,80	62	67	0,18
43	167	2,73	52	175	1,87	62	68	0,04
43	180	0,97	52	180	2,80	62	72	0,25
43	183	0,11	52	226	39,25	62	73	3,94
43	189	0,11	52	256	4,67	62	75	0,07
43	190	0,28	52	430	0,93	62	76	0,25
43	203	0,06	53	53	28,54	62	77	0,29
43	217	58,66	53	166	0,10	62	82	0,22
43	247	6,44	53	176	1,43	62	83	0,04
43	430	0,57	53	199	0,10	62	88	9,39
44	44	41,42	53	227	59,23	62	89	3,36
44	160	2,89	53	257	9,99	62	90	1,55
44	166	3,79	53	430	0,61	62	91	0,22
44	167	15,07	54	54	33,81	62	92	1,73
44	183	0,20	54	79	45,82	62	96	2,17
44	189	0,40	54	165	0,61	62	97	0,04
44	190	1,00	54	169	0,03	62	98	0,07
44	218	30,94	54	170	0,03	62	102	0,07
44	248	3,69	54	171	0,53	62	104	0,25
44	430	0,60	54	172	0,59	62	105	0,04
45	45	32,70	54	173	0,54	62	121	0,32
45	160	0,24	54	176	0,05	62	209	0,51
45	165	0,71	54	188	0,05	62	211	0,14
45	166	0,24	54	194	0,05	62	239	0,25
45	168	2,13	54	195	0,05	62	241	0,07
45	191	0,24	54	196	0,05	62	266	11,77
45	219	56,87	54	228	15,49	62	268	0,61
45	249	6,40	54	258	1,71	62	277	0,14
45	430	0,47	54	430	0,59	62	322	6,00
46	46	27,48	55	55	48,17	62	324	0,29
46	169	4,58	55	56	5,19	62	333	0,07
46	171	8,40	55	177	3,55	62	430	1,62
46	194	0,76	55	200	0,27	63	63	44,44
46	220	53,44	55	229	38,00	63	93	18,18
46	250	4,58	55	259	4,21	63	282	24,24
46	430	0,76	55	430	0,60	63	323	12,12
47	47	30,94	56	56	15,73	64	62	1,01
47	160	0,15	56	230	75,37	64	64	15,84
47	165	0,07	56	260	8,31	64	65	6,44
47	166	0,11	56	430	0,59	64	67	6,23
47	170	0,15	57	53	0,44	64	68	0,16
47	171	1,02	57	57	48,93	64	69	0,45
47	172	0,55	57	86	0,60	64	70	0,47
47	194	0,11	57	165	0,14	64	72	1,46
47	195	0,07	57	166	0,12	64	73	6,73
47	221	59,40	57	231	44,27	64	74	15,31
47	251	6,85	57	261	4,92	64	75	0,13
47	430	0,58	57	430	0,58	64	76	0,73
48	48	13,64	58	58	48,78	64	77	2,46
48	171	0,50	58	180	0,81	64	78	1,78
48	222	76,77	58	203	0,07	64	80	0,18
48	252	8,59	58	232	44,78	64	82	0,05
48	430	0,50	58	262	4,95	64	83	0,97
49	49	36,18	58	430	0,61	64	84	0,13
49	160	0,33	59	59	6,53	64	85	0,03
49	165	0,41	59	181	6,53	64	88	0,03
49	166	0,58	59	204	0,47	64	89	0,08
49	172	6,64	59	233	77,39	64	92	0,23
49	195	0,66	59	263	8,62	64	96	0,29
49	223	49,13	59	430	0,47	64	97	0,03
49	253	5,48	60	60	11,86	64	101	0,18
49	430	0,58	60	234	79,66	64	102	0,71
50	50	29,07	60	264	8,47	64	105	0,03
50	160	0,27	61	73	0,74	64	112	0,05
50	165	0,67	61	182	2,21	64	117	0,05
50	173	2,56	61	235	86,76	64	124	0,05
50	196	0,13	61	265	9,56	64	130	0,05
50	224	60,03	61	430	0,73	64	209	8,61
50	254	6,73	61	60	11,86	64	210	1,91
50	430	0,54	61	234	79,66	64	211	1,52

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
64	239	1,34	67	271	32,12	73	65	7,53
64	240	0,57	67	327	10,09	73	67	0,24
64	241	1,78	67	430	1,61	73	68	0,19
64	268	9,71	68	64	0,47	73	70	0,80
64	324	1,60	68	65	0,16	73	72	0,52
64	430	1,62	68	68	66,67	73	73	35,31
65	62	8,40	68	72	0,16	73	74	0,94
65	64	0,76	68	73	0,31	73	75	0,38
65	65	41,16	68	98	27,36	73	76	0,47
65	67	0,13	68	209	0,16	73	77	0,75
65	73	4,10	68	210	0,31	73	80	0,05
65	75	0,19	68	211	0,16	73	82	0,33
65	76	0,44	68	239	0,47	73	83	0,09
65	77	0,63	68	240	1,26	73	86	0,56
65	80	0,06	68	241	1,10	73	88	1,13
65	82	0,19	68	430	1,41	73	89	2,73
65	88	4,67	69	64	0,80	73	90	0,14
65	89	8,58	69	69	40,24	73	91	0,24
65	90	0,51	69	72	0,08	73	96	1,37
65	91	1,01	69	78	0,04	73	97	1,04
65	92	0,19	69	99	11,35	73	100	0,28
65	96	1,32	69	209	0,84	73	101	6,59
65	101	0,13	69	211	0,42	73	102	0,05
65	102	0,06	69	239	0,63	73	104	4,28
65	104	0,82	69	241	0,21	73	105	0,85
65	105	0,19	69	273	31,96	73	109	0,05
65	111	0,13	69	329	12,74	73	111	0,09
65	117	0,06	69	430	0,67	73	113	0,05
65	118	0,06	70	70	52,17	73	117	0,56
65	119	2,59	70	64	0,93	73	121	0,38
65	130	0,44	70	65	0,31	73	130	0,80
65	209	2,15	70	68	0,31	73	209	1,60
65	211	1,33	70	70	52,17	73	210	0,47
65	239	3,41	70	72	0,31	73	211	0,85
65	241	1,96	70	73	3,11	73	239	1,60
65	266	0,88	70	75	0,31	73	240	0,47
65	268	1,26	70	76	0,31	73	241	0,85
65	269	2,02	70	77	0,31	73	266	0,42
65	270	0,38	70	100	15,53	73	268	1,93
65	277	0,88	70	102	0,31	73	269	0,19
65	322	1,39	70	104	0,31	73	270	0,14
65	324	1,83	70	126	11,49	73	277	5,65
65	325	2,21	70	209	0,31	73	322	0,42
65	326	0,38	70	210	0,31	73	324	1,93
65	333	1,45	70	211	0,93	73	325	0,19
65	430	1,64	70	239	0,31	73	326	0,14
66	62	0,71	70	240	0,31	73	333	5,65
66	64	0,29	70	241	2,48	73	430	1,69
66	65	0,51	70	268	1,55	74	74	62,98
66	66	45,18	70	277	0,31	74	78	0,13
66	67	0,10	70	324	4,04	74	209	0,67
66	73	0,25	70	333	2,17	74	211	0,67
66	76	0,16	70	430	1,55	74	239	0,67
66	77	0,02	71	71	100,00	74	241	0,67
66	94	4,10	72	62	0,52	74	278	20,37
66	95	3,93	72	64	2,46	74	334	13,31
66	209	0,79	72	70	0,13	74	430	0,53
66	211	0,69	72	72	22,41	75	62	0,51
66	239	0,29	72	73	1,04	75	64	8,53
66	241	0,20	72	76	0,13	75	65	0,68
66	270	27,50	72	100	0,13	75	67	0,17
66	326	14,63	72	101	0,13	75	70	1,71
66	430	0,65	72	102	51,16	75	72	0,68
67	62	0,24	72	209	1,55	75	73	1,88
67	64	0,48	72	210	0,39	75	75	5,12
67	67	51,33	72	211	1,55	75	76	37,20
67	73	0,32	72	239	2,72	75	77	15,02
67	75	0,24	72	240	0,78	75	78	1,19
67	76	0,08	72	241	2,72	75	80	0,51
67	77	0,08	72	268	2,85	75	83	0,51
67	95	0,97	72	324	7,77	75	84	0,17
67	209	0,81	72	430	1,55	75	91	0,17
67	211	0,81	73	62	5,41	75	106	0,17
67	239	0,40	73	64	1,60	75	209	0,51
67	241	0,40						

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
75	210	0,34	77	335	3,33	85	85	67,03
75	211	8,87	77	336	6,57	85	114	29,67
75	239	0,34	77	337	0,96	85	430	1,10
75	240	0,17	77	430	1,58	86	86	23,03
75	241	8,36	78	62	0,13	86	130	0,38
75	268	1,02	78	64	0,20	86	231	3,07
75	279	1,19	78	65	0,13	86	261	3,07
75	324	0,68	78	73	0,07	86	290	42,23
75	325	0,51	78	78	50,17	86	346	26,10
75	335	1,71	78	79	0,13	86	430	2,11
75	430	1,54	78	80	0,20	87	87	50,00
76	62	0,76	78	82	0,13	87	291	50,00
76	64	2,40	78	83	0,13	88	82	0,17
76	65	1,53	78	109	44,33	88	88	35,44
76	67	0,22	78	211	1,34	88	89	0,66
76	68	0,11	78	241	1,34	88	96	0,17
76	70	0,54	78	283	0,13	88	97	0,33
76	72	0,22	78	339	0,13	88	105	0,83
76	73	3,70	78	430	1,41	88	118	24,46
76	75	0,87	79	64	0,04	88	119	4,66
76	76	32,79	79	73	0,16	88	120	0,17
76	77	18,41	79	76	0,04	88	121	0,50
76	78	0,11	79	77	0,04	88	266	1,33
76	82	0,65	79	78	0,87	88	269	0,33
76	83	0,33	79	79	17,36	88	277	0,17
76	96	0,54	79	80	0,04	88	292	5,16
76	106	0,22	79	109	0,37	88	322	1,66
76	107	5,01	79	283	59,75	88	325	0,33
76	108	11,55	79	339	20,16	88	333	0,17
76	121	0,22	79	430	1,15	88	348	5,82
76	126	0,11	80	76	0,60	88	430	17,64
76	131	0,33	80	77	3,61	89	88	1,85
76	211	0,54	80	80	48,80	89	89	39,08
76	239	0,11	80	110	45,78	89	97	0,61
76	240	0,11	80	430	1,20	89	101	0,31
76	241	2,51	80	81	100,00	89	104	1,23
76	266	0,33	81	81		89	105	2,46
76	268	0,87	82	64	0,15	89	117	0,31
76	279	1,20	82	65	0,60	89	118	8,31
76	280	0,87	82	67	0,30	89	119	14,15
76	281	0,65	82	73	0,15	89	121	2,77
76	324	2,40	82	76	0,15	89	129	0,61
76	335	4,68	82	82	63,16	89	130	0,31
76	336	0,76	82	102	0,15	89	266	1,85
76	337	3,38	82	111	28,87	89	269	2,77
76	430	1,63	82	112	0,30	89	277	0,92
77	62	0,88	82	211	1,65	89	293	6,77
77	64	2,72	82	239	0,15	89	322	2,15
77	65	1,23	82	241	1,95	89	325	3,38
77	67	0,44	82	268	0,45	89	333	1,54
77	70	0,18	82	324	0,45	89	349	6,77
77	72	0,09	82	430	1,50	89	430	1,85
77	73	2,63	82	83		89	62	10,84
77	75	0,70	83	64	1,75	90	65	4,82
77	76	9,90	83	73	0,35	90	67	1,20
77	77	41,81	83	80	0,35	90	73	3,61
77	78	0,09	83	82	0,35	90	88	16,87
77	82	0,52	83	83	46,50	90	89	1,20
77	83	0,17	83	111	0,70	90	90	50,60
77	85	0,09	83	112	40,56	90	96	1,20
77	91	0,09	83	113	0,70	90	124	1,20
77	95	0,09	83	211	2,10	90	266	1,20
77	96	0,18	83	241	4,89	90	269	1,20
77	102	0,09	83	324	0,35	90	294	1,20
77	106	0,09	83	430	1,40	90	322	1,20
77	107	5,26	84	62	3,45	90	350	1,20
77	108	12,45	84	64	3,45	90	430	2,41
77	130	0,09	84	82	3,45	91	62	2,70
77	211	0,26	84	84	3,45	91	64	5,41
77	239	0,16	84	113	48,28	91	73	2,70
77	241	2,45	84	209	34,48	91	88	2,70
77	268	0,26	84	211	1,72	91	91	59,46
77	279	0,35	84	430	1,72	91	104	5,41
77	280	0,70	85	73	1,10	91	124	5,41
77	281	0,96	85	82	1,10	91	91	
77	324	2,63	85	85		91	91	

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
91	269	2,70	97	301	3,23	105	125	2,63
91	295	2,70	97	333	3,23	105	129	2,63
91	322	2,70	97	357	3,23	105	130	2,63
91	325	2,70	98	62	0,46	105	133	5,26
91	351	2,70	98	64	2,79	105	269	2,63
91	430	2,70	98	72	1,39	105	277	5,26
92	62	1,31	98	73	1,39	105	309	5,26
92	65	3,27	98	76	0,47	105	325	2,63
92	73	0,65	98	82	0,47	105	333	5,26
92	92	53,59	98	98	19,07	105	349	2,63
92	122	32,03	98	123	7,91	105	365	5,26
92	266	1,31	98	272	3,26	105	430	2,63
92	268	0,65	98	302	39,07	106	131	50,00
92	269	0,65	98	328	1,86	106	310	33,33
92	296	1,96	98	358	20,00	106	366	16,67
92	322	1,31	98	430	1,86	107	107	8,27
92	324	0,65	99	99	3,64	107	132	37,59
92	352	2,61	99	303	58,55	107	133	39,85
92	430	1,31	99	359	36,36	107	280	0,75
93	93	46,87	99	430	1,45	107	281	0,75
93	267	6,25	100	100	38,98	107	311	8,27
93	297	25,00	100	126	45,76	107	367	3,01
93	353	21,88	100	131	0,85	107	430	1,50
94	64	4,00	100	274	3,39	108	108	9,35
94	65	6,00	100	304	3,39	108	132	1,61
94	67	4,00	100	330	2,54	108	133	76,13
94	73	6,00	100	360	3,39	108	280	0,65
94	94	6,00	100	430	1,70	108	281	0,97
94	298	54,00	101	65	0,51	108	312	7,42
94	354	20,00	101	73	1,03	108	368	2,58
95	62	0,34	101	101	50,00	108	430	1,29
95	64	0,17	101	104	1,03	109	64	0,15
95	65	0,17	101	119	0,51	109	65	0,07
95	73	0,34	101	127	36,60	109	68	0,15
95	76	0,17	101	130	0,52	109	73	0,15
95	95	0,44	101	277	2,06	109	76	0,15
95	96	67,53	101	305	1,55	109	109	47,79
95	270	5,15	101	333	2,06	109	113	0,07
95	299	18,38	101	361	2,58	109	135	48,09
95	326	0,34	101	430	1,55	109	282	0,82
95	355	10,31	102	65	0,15	109	338	1,65
95	430	1,37	102	73	0,30	109	430	0,90
96	88	0,50	102	102	42,31	110	110	47,83
96	89	0,33	102	128	47,49	110	136	46,58
96	90	0,33	102	268	0,15	110	284	3,73
96	91	0,33	102	276	2,28	110	340	0,62
96	96	13,64	102	306	0,76	110	430	1,24
96	97	0,67	102	324	0,30	111	62	0,28
96	105	0,67	102	332	3,50	111	65	0,57
96	124	1,50	102	362	1,22	111	111	52,71
96	125	0,17	102	430	1,52	111	114	0,28
96	133	0,17	103	103	100,00	111	137	35,33
96	266	2,83	103			111	286	8,55
96	268	0,67	104	88	0,88	111	342	0,85
96	269	1,16	104	89	5,26	111	430	1,42
96	277	1,83	104	97	1,75			
96	299	11,81	104	104	42,98	112	111	2,65
96	300	21,63	104	117	4,39	112	112	56,64
96	322	2,83	104	129	21,93	112	138	23,45
96	324	0,67	104	130	4,39	112	287	8,41
96	325	1,16	104	153	0,88	112	343	7,08
96	333	1,83	104	266	0,88	112	430	1,77
96	355	11,81	104	269	0,88	113	62	3,70
96	356	21,63	104	277	3,51	113	113	18,52
96	430	1,83	104	308	4,38	113	139	77,78
97	73	6,45	104	325	0,88			
97	76	3,22	104	333	2,63	114	114	69,64
97	96	6,45	104	364	2,63	114	140	26,79
97	97	6,45	104	430	1,75	114	430	3,57
97	105	3,23	105	73	2,63	115	115	48,92
97	119	3,23	105	89	2,63	115	141	48,62
97	125	54,84	105	97	2,63	115	211	0,61
97	130	3,23	105	104	2,63	115	241	0,31
97	277	3,23	105	105	44,74	115	430	1,54

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
116	116	100,00	125	133	5,56	134	133	100,00
117	104	7,69	125	301	8,33	135	135	4,78
117	117	46,15	125	357	8,33	135	313	12,89
117	143	7,69	125	385	8,33	135	369	0,42
117	277	15,38	125	411	8,33	135	395	78,79
117	333	15,38	125	430	2,78	135	421	0,42
117	377	7,69	126	126	67,13	135	430	2,70
118	118	57,53	126	274	2,78	136	136	45,45
118	119	0,39	126	280	0,46	136	314	12,50
118	120	0,19	126	304	7,41	136	370	1,14
118	121	0,58	126	330	0,93	136	396	38,64
118	269	0,19	126	360	2,31	136	430	2,27
118	292	10,62	126	386	15,74	137	137	37,53
118	293	1,93	126	412	1,39	137	315	1,01
118	348	3,67	126	430	1,85	137	371	1,01
118	349	0,77	127	127	58,91	137	397	55,16
118	378	16,79	127	130	0,50	137	423	3,53
118	404	5,60	127	305	19,80	137	430	1,76
118	430	1,74	127	361	4,45	138	138	31,03
119	118	1,37	127	387	11,39	138	398	63,22
119	119	55,71	127	413	2,97	138	424	5,75
119	129	0,46	127	430	1,98	138	426	0,23
119	130	0,46	128	128	47,76	138	430	2,30
119	133	0,91	128	306	4,49	138	430	60,56
119	269	3,65	128	362	0,64	139	139	38,03
119	292	2,28	128	388	39,10	139	399	1,41
119	293	3,65	128	414	6,09	139	430	49,18
119	301	0,46	128	430	1,92	140	140	47,54
119	325	0,91	129	129	74,14	140	400	1,64
119	348	0,91	129	130	3,45	140	426	1,64
119	349	1,37	129	308	1,72	140	430	1,64
119	379	19,63	129	389	18,97	141	141	2,40
119	405	6,39	129	430	1,72	141	401	93,60
119	430	1,83	130	129	0,93	141	427	2,40
120	120	57,14	130	130	64,49	141	430	1,60
120	292	7,14	130	269	2,80	142	142	100,00
120	322	7,14	130	277	7,48	143	129	43,75
120	380	21,43	130	281	0,93	143	130	6,25
120	406	7,14	130	290	0,93	144	144	100,00
121	121	69,87	130	293	0,93	144	145	25,00
121	130	1,92	130	305	0,93	144	143	25,00
121	266	2,56	130	308	1,87	144	143	403
121	269	2,56	130	309	0,93	145	145	100,00
121	277	1,92	130	321	0,93	145	145	100,00
121	292	0,64	130	325	1,87	146	146	100,00
121	293	1,92	130	333	3,74	147	147	100,00
121	322	0,64	130	361	0,93	148	148	100,00
121	325	0,64	130	364	0,93	149	149	100,00
121	333	0,64	130	365	0,93	150	6	2,87
121	349	0,64	130	377	0,93	150	14	8,70
121	381	10,90	130	390	2,80	150	16	14,57
121	407	3,21	130	416	2,80	150	150	7,36
121	430	1,92	130	430	1,87	150	150	0,25
122	122	52,81	131	131	58,33	150	17	1,16
122	296	1,69	131	391	41,67	150	18	17,48
122	382	37,08	132	132	59,57	150	19	6,10
122	405	3,93	132	133	2,13	150	20	3,36
122	408	10,67	132	311	11,35	150	21	13,91
122	430	1,69	132	312	0,71	150	22	3,49
123	123	50,00	132	392	24,11	150	23	2,94
123	383	25,00	132	430	2,13	150	24	1,67
123	409	25,00	133	132	0,67	150	25	1,09
124	124	60,87	133	133	67,83	150	26	6,12
124	268	4,35	133	309	0,13	150	27	1,45
124	295	4,35	133	311	0,94	150	28	3,22
124	356	4,35	133	312	4,44	150	29	0,39
124	384	21,74	133	367	0,27	150	30	3,23
124	410	4,35	133	368	1,21	150	155	0,39
125	121	2,78	133	393	21,27	150	430	2,78
125	125	52,78	133	419	1,62	150	155	2,78
125	130	2,78	133	430	1,62			

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
151	4	2,01	157	20	0,29	165	23	0,11
151	6	0,44	157	21	0,18	165	24	0,14
151	14	2,83	157	157	96,23	165	25	5,81
151	16	35,40	157	430	1,88	165	26	6,40
151	20	0,17	158	6	0,00	165	28	2,22
151	26	0,07	158	14	0,40	165	29	1,97
151	30	3,20	158	16	0,29	165	30	15,18
151	151	27,65	158	17	0,10	165	31	1,81
151	156	27,67	158	18	0,00	165	38	3,27
151	430	0,56	158	19	0,01	165	40	0,08
152	6	0,05	158	20	0,08	165	41	0,24
152	17	1,04	158	21	0,03	165	45	0,49
152	20	0,21	158	22	0,01	165	47	1,00
152	152	49,05	158	23	0,00	165	50	2,16
152	157	49,08	158	24	0,00	165	57	6,05
152	430	0,57	158	25	0,07	165	58	1,57
153	6	0,38	158	26	0,07	165	188	5,32
153	14	21,67	158	27	0,01	165	430	0,27
153	16	15,77	158	28	0,01	166	14	12,56
153	17	5,33	158	29	0,04	166	16	11,26
153	18	0,09	158	30	0,07	166	17	5,35
153	19	0,39	158	31	0,02	166	18	0,18
153	20	4,24	158	158	96,94	166	19	0,74
153	21	1,45	158	430	1,84	166	20	8,72
153	22	0,75	159	6	56,67	166	21	3,37
153	23	0,05	159	159	43,33	166	22	1,75
153	24	0,16	160	14	11,82	166	23	1,62
153	25	3,68	160	16	14,98	166	24	0,14
153	26	3,63	160	17	5,53	166	25	7,28
153	27	0,79	160	18	0,16	166	26	1,06
153	28	0,74	160	19	0,66	166	27	5,95
153	29	2,00	160	20	9,45	166	28	1,48
153	30	3,75	160	21	3,46	166	29	1,31
153	31	1,23	160	22	1,91	166	30	6,25
153	153	16,66	160	23	0,16	166	31	1,31
153	158	16,68	160	24	0,16	166	38	3,73
153	430	0,56	160	25	7,94	166	40	0,09
154	6	41,67	160	26	1,09	166	41	0,27
154	154	28,57	160	27	1,32	166	42	0,22
154	159	28,57	160	28	0,56	166	44	0,45
154	430	1,19	160	29	2,40	166	47	0,67
155	6	2,75	160	30	7,08	166	48	0,13
155	14	8,34	160	31	3,06	166	49	0,20
155	16	13,68	160	41	0,26	166	52	0,02
155	17	7,01	160	44	0,86	166	53	0,54
155	18	0,25	160	47	1,25	166	55	2,18
155	19	1,14	160	48	0,23	166	57	4,04
155	20	16,74	160	49	0,36	166	58	1,04
155	21	5,87	160	50	0,99	166	61	0,14
155	22	3,20	160	52	0,03	166	166	11,41
155	23	0,30	160	55	4,02	166	189	5,70
155	24	0,30	160	58	1,91	166	430	0,27
155	25	13,35	160	61	0,26	167	16	1,16
155	26	3,34	160	160	11,85	167	43	0,32
155	27	2,84	160	183	5,93	167	167	65,30
155	28	1,59	160	430	0,30	167	190	32,65
155	29	1,03	161	161	100,00	167	430	0,58
155	30	5,87	162	162	67,31	168	17	0,49
155	31	1,36	162	185	32,69	168	45	0,13
155	155	9,43	162			168	59	0,07
155	430	1,61	163	163	67,21	168	168	65,83
156	4	0,00	163	186	32,79	168	191	32,91
156	6	0,00	164	164	68,42	168	430	0,57
156	14	0,00	164	187	31,58	169	18	5,88
156	16	0,04	165	14	7,91	169	169	62,18
156	20	0,00	165	16	11,21	169	192	31,10
156	26	0,00	165	17	4,32	169	430	0,84
156	30	0,00	165	18	0,16	170	19	2,29
156	156	98,06	165	19	0,57	170	170	64,76
156	430	1,88	165	20	7,00	170	193	32,34
157	6	0,06	165	21	2,67	170	430	0,61
157	17	1,36	165	22	1,43			

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
171	19	0,45	183	31	1,82	189	189	94,73
171	48	0,32	183	41	0,42	189	430	2,11
171	171	65,77	183	44	2,90	190	16	0,12
171	194	32,88	183	47	1,43	190	43	0,54
171	430	0,58	183	48	0,27	190	190	97,37
172	21	1,12	183	49	0,85	190	430	1,97
172	49	1,64	183	50	1,16	191	17	0,33
172	53	0,74	183	52	0,04	191	40	0,01
172	172	63,96	183	55	4,68	191	191	97,69
172	195	31,97	183	58	1,12	191	430	1,97
172	430	0,57	183	61	0,58	192	18	0,27
173	22	0,45	183	183	43,83	192	192	97,72
173	40	0,25	183	430	0,43	192	430	2,01
173	173	65,77	184	184	100,00	193	19	0,11
173	196	32,91	185	185	100,00	193	193	97,93
173	430	0,61	186	186	100,00	193	430	1,96
174	40	1,93	187	187	100,00	194	19	0,22
174	174	65,25	188	14	0,21	194	48	0,31
174	197	32,43	188	16	0,31	194	194	97,50
174	430	0,39	188	17	0,11	194	430	1,97
175	52	0,33	188	18	0,00	195	21	0,39
175	175	66,00	188	19	0,02	195	49	2,33
175	198	33,00	188	20	0,19	195	53	0,51
175	430	0,67	188	21	0,07	195	195	94,81
176	25	0,46	188	22	0,04	195	430	1,96
176	176	65,97	188	23	0,00	196	22	0,03
176	199	32,99	188	24	0,00	196	40	0,02
176	430	0,58	188	25	0,16	196	196	97,98
177	177	66,29	188	26	0,17	196	430	1,97
177	200	33,16	188	28	0,06	197	40	0,19
177	430	0,55	188	29	0,05	197	197	97,83
178	61	0,33	188	30	0,41	197	430	1,98
178	178	66,04	188	31	0,05	197	197	0,03
178	201	33,02	188	38	0,14	198	52	0,07
178	430	0,61	188	40	0,00	198	198	98,00
179	57	0,70	188	41	0,02	198	430	1,93
179	179	65,81	188	43	0,01	198	198	0,15
179	202	32,91	188	47	0,05	199	25	97,88
179	430	0,58	188	50	0,12	199	199	1,97
180	29	1,32	188	57	0,33	199	430	0,04
180	43	1,94	188	58	0,04	200	200	80,29
180	180	64,12	189	14	0,42	201	56	1,39
180	203	32,04	189	16	0,38	201	61	91,10
180	430	0,58	189	17	0,18	201	201	5,57
181	30	0,68	189	18	0,01	201	430	0,00
181	40	0,04	189	19	0,02	202	57	0,04
181	57	0,22	189	20	0,29	202	202	97,85
181	59	0,15	189	21	0,11	202	430	1,96
181	181	65,56	189	22	0,06	203	29	0,04
181	204	32,78	189	23	0,01	203	43	0,09
181	430	0,57	189	24	0,00	203	203	98,39
182	61	1,58	189	25	0,24	203	430	1,48
182	182	65,26	189	26	0,03	203	430	0,06
182	205	32,60	189	27	0,20	204	30	0,00
182	430	0,56	189	28	0,05	204	40	0,03
183	14	6,92	189	29	0,04	204	57	0,00
183	16	8,82	189	30	0,21	204	59	0,22
183	17	3,21	189	31	0,04	204	204	97,72
183	18	0,12	189	38	0,12	204	430	1,97
183	19	0,39	189	40	0,00	204	206	100,00
183	20	5,61	189	41	0,03	205	61	3,26
183	21	2,01	189	43	0,04	205	205	94,77
183	22	1,12	189	44	0,09	205	430	1,97
183	23	0,12	189	47	0,04	206	206	100,00
183	24	0,12	189	48	0,01	207	207	100,00
183	25	4,68	189	49	0,03	207	207	100,00
183	26	0,66	189	52	0,00	208	208	100,00
183	27	0,77	189	53	0,03	209	38	1,09
183	28	0,31	189	55	0,15	209	39	0,14
183	29	1,43	189	57	0,27	209	40	0,05
183	30	4,18	189	58	0,03	209	54	1,76
			189	61	0,02	209		

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
209	56	0,03	211	86	0,93	229	430	1,16
209	57	0,43	211	87	0,04	230	69	0,33
209	62	3,64	211	115	1,16	230	230	75,64
209	63	0,09	211	211	39,86	230	260	22,87
209	64	11,92	211	241	12,05	230	430	1,16
209	65	2,14	211	430	1,24	231	74	0,19
209	66	8,47	212	40	0,03	231	79	0,03
209	67	4,49	212	41	0,13	231	86	0,71
209	68	0,45	212	74	0,65	231	231	75,19
209	69	0,71	212	212	75,25	231	261	22,72
209	70	0,05	212	242	22,81	231	430	1,16
209	72	0,81	212	430	1,13	232	115	0,03
209	73	2,78	213	63	5,32	232	232	75,85
209	74	0,60	213	213	72,34	232	262	22,93
209	75	0,07	213	243	21,28	232	430	1,19
209	76	0,02	213	430	1,06	233	67	6,35
209	77	0,03	213	216	100,00	233	233	71,01
209	78	0,07	214	45	7,38	233	263	21,50
209	79	0,17	214	63	4,10	233	430	1,14
209	80	0,09	214	67	28,69	234	234	76,06
209	82	0,16	214	214	45,08	234	264	22,87
209	83	0,07	214	244	13,93	234	430	1,06
209	84	0,10	214	430	0,82	235	235	75,93
209	85	0,12	214	216	22,97	235	265	23,01
209	86	1,04	215	215	1,13	235	430	1,06
209	115	0,36	215	245	100,00	236	236	100,00
209	209	43,64	215	430	75,90	237	237	100,00
209	239	13,20	216	216	22,97	238	238	100,00
209	430	1,21	217	69	1,16	239	38	0,09
210	38	1,39	217	217	75,12	239	40	0,00
210	43	3,85	217	247	22,72	239	43	0,02
210	62	0,98	217	430	1,15	239	54	0,10
210	64	8,11	218	218	75,82	239	56	0,01
210	65	0,41	218	248	23,02	239	67	0,00
210	68	5,66	218	430	1,16	239	68	0,00
210	69	8,77	218	219	72,66	239	69	0,07
210	70	0,41	219	67	22,01	239	70	0,01
210	72	1,56	219	219	4,14	239	73	1,28
210	73	0,82	219	249	19,42	239	74	0,05
210	74	1,48	219	430	0,97	239	75	0,03
210	75	0,08	219	221	75,91	239	76	0,04
210	76	0,26	220	67	22,92	239	77	0,02
210	82	0,16	220	220	14,56	239	78	0,01
210	115	0,08	220	250	65,05	239	80	0,00
210	210	49,75	220	430	22,01	239	88	92,68
210	240	15,08	221	221	4,18	239	115	0,09
210	430	1,15	221	251	1,18	239	239	2,03
211	38	0,81	221	430	75,88	240	38	0,10
211	43	0,85	222	67	21,66	240	43	2,85
211	45	0,21	222	222	0,92	240	62	0,03
211	52	0,01	222	252	1,17	240	64	0,98
211	54	11,84	222	430	100,00	240	68	0,16
211	55	0,32	223	223	75,90	240	74	0,09
211	56	0,02	223	223	22,94	240	75	0,35
211	58	1,59	223	253	1,09	240	76	0,02
211	62	0,50	223	430	75,91	240	77	0,07
211	64	6,68	223	225	23,00	240	78	0,01
211	65	0,67	224	224	40,67	240	82	0,09
211	66	4,75	224	254	50,67	240	88	0,09
211	67	1,44	224	430	50,67	240	93	0,09
211	68	0,77	225	225	50,67	240	94	0,09
211	69	0,54	225	258	50,67	240	95	0,09
211	70	0,23	226	226	50,67	240	96	0,09
211	72	0,57	226	256	50,67	240	97	0,09
211	73	1,23	226	430	50,67	240	98	0,09
211	74	0,42	227	227	50,67	240	99	0,09
211	75	1,24	227	257	50,67	240	100	0,09
211	76	0,79	227	430	50,67	240	101	0,09
211	77	0,30	228	43	50,67	240	102	0,09
211	78	4,30	228	228	38,00	240	103	0,09
211	79	3,22	228	258	11,33	240	104	91,06
211	80	0,42	228	258	22,88	240	105	1,99
211	82	0,58	229	69	0,06	241	38	0,19
211	83	0,23	229	81	0,18	241	43	2,05
211	84	0,07	229	229	75,72	241	52	0,01
211	85	0,12	229	259	22,88	241	54	1,90

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
241	55	0,23	257	257	98,00	271	95	5,62
241	56	0,03	257	430	2,00	271	271	75,38
241	58	0,56	258	43	51,60	271	327	17,48
241	62	0,46	258	258	48,40	271	430	1,52
241	64	1,27	259	81	0,05	272	64	30,00
241	65	0,29	259	259	97,96	272	65	10,00
241	67	0,06	259	430	1,99	272	96	10,00
241	68	0,03	260	69	0,07	272	115	10,00
241	69	0,25	260	260	97,94	272	272	30,00
241	70	0,06	260	430	1,99	272	328	10,00
241	72	0,30	261	67	0,05	273	62	0,13
241	73	1,01	261	74	0,03	273	64	0,39
241	75	0,31	261	86	0,39	273	65	0,01
241	76	0,37	261	261	97,53	273	68	0,03
241	77	0,26	261	430	2,00	273	69	0,65
241	78	0,10	262	69	0,02	273	70	0,01
241	79	0,46	262	262	97,98	273	72	0,01
241	80	0,04	262	430	2,00	273	73	0,09
241	82	0,21	263	67	3,17	273	76	0,07
241	83	0,12	263	263	94,80	273	80	0,01
241	84	0,01	263	430	2,03	273	85	0,01
241	115	0,24	264	62	1,64	273	88	0,01
241	241	86,91	264	88	11,48	273	273	95,17
241	430	2,17	264	90	11,48	273	329	1,83
242	41	0,03	264	430	2,06	273	430	1,57
242	69	0,03	265	69	3,34	274	100	30,00
242	74	0,06	265	265	94,62	274	126	10,00
242	242	97,81	265	430	2,04	274	274	50,00
242	430	2,07	266	62	274	330	10,00	
243	63	0,36	266	88	102	275	275	100,00
243	243	97,64	266	89	102	275	58,00	34,00
243	430	2,00	266	90	102	276	64	8,00
244	63	0,10	266	92	16,39	276	66	1,87
244	67	0,74	266	96	6,56	276	74	0,62
244	244	97,16	266	121	3,28	277	74	18,75
244	430	2,00	266	266	37,70	277	80	0,62
245	245	98,02	266	322	8,19	277	89	1,87
245	430	1,98	267	95	81,37	277	96	1,25
246	246	93,44	267	267	14,71	277	97	1,25
246	430	6,56	267	323	3,92	277	101	5,01
247	69	0,07	268	69	9,62	277	102	0,62
247	247	97,94	268	74	28,85	277	104	1,25
247	430	2,00	268	86	9,62	277	105	2,50
248	69	0,36	268	92	1,92	277	117	1,25
248	248	97,63	268	102	1,92	277	130	1,87
248	430	2,01	268	268	5,77	277	277	48,75
249	67	2,12	268	324	34,61	277	333	12,50
249	249	95,87	269	62	7,69	278	64	0,22
249	430	2,00	269	64	4,29	278	93	0,73
250	67	0,99	269	65	1,43	278	278	79,09
250	250	97,01	269	88	1,43	278	334	18,40
250	430	2,00	269	89	4,26	278	430	1,56
251	43	0,72	269	91	15,71	279	279	100,00
251	251	97,70	269	92	1,43	280	108	20,00
251	430	1,58	269	96	1,43	280	280	60,00
252	67	0,99	269	121	4,29	280	336	20,00
252	252	97,04	269	130	1,43	281	108	20,00
252	430	1,97	269	269	52,86	281	281	60,00
253	43	0,66	270	62	10,01	281	337	20,00
253	253	97,35	270	64	0,63	282	78	2,50
253	430	1,99	270	65	0,20	282	109	50,00
254	43	0,30	270	67	0,57	282	282	37,50
254	254	97,69	270	73	0,12	282	338	10,00
254	430	2,00	270	76	0,37	283	64	0,02
255	43	0,97	270	77	0,16	283	69	0,11
255	255	97,04	270	88	0,04	283	76	0,07
255	430	1,99	270	95	2,70	283	77	0,02
256	256	98,00	270	96	0,09	283	78	0,65
256	430	2,00	270	270	74,84	283	81	0,17
			270	326	18,70	283	109	0,11
			270	430	1,56			

Fracelle	Tilcelle	Koeffisient	Fracelle	Tilcelle	Koeffisient	Fracelle	Tilcelle	Koeffisient
283	283	78,96	304	126	50,00	325	90	4,58
283	339	18,31	304	304	40,00	325	91	6,25
283	430	1,56	304	360	10,00	325	96	7,92
284	110	50,00	305	127	40,00	325	97	0,42
284	284	40,00	305	305	50,00	325	104	0,83
284	340	10,00	305	361	10,00	325	105	0,83
285	285	79,91	306	128	47,50	325	121	3,75
285	341	18,51	306	306	45,00	325	130	1,25
285	430	1,58	306	362	7,50	325	325	63,75
286	111	50,00	307	307	100,00	326	62	0,16
286	286	40,00	308	130	30,00	326	64	0,08
286	342	10,00	308	308	60,00	326	65	0,15
287	111	50,00	308	364	10,00	326	67	0,02
287	287	40,00	309	309	100,00	326	72	0,01
287	343	10,00	310	310	100,00	326	73	0,26
288	113	20,00	311	132	0,78	326	76	0,03
288	288	60,00	311	133	1,03	326	77	0,02
288	344	20,00	311	311	81,39	327	65	0,02
290	64	0,44	311	367	15,25	327	73	0,02
290	290	79,48	311	430	1,55	327	95	1,05
290	346	18,46	312	132	2,04	327	327	96,88
290	430	1,62	312	133	26,53	327	430	2,03
291	291	100,00	312	312	58,16	328	98	50,00
292	292	82,66	312	368	11,22	328	328	50,00
292	348	15,65	312	430	2,04	329	62	0,10
292	430	1,69	313	135	20,00	329	64	0,16
293	121	1,72	313	313	60,00	329	65	0,06
293	293	81,03	313	369	20,00	329	72	0,04
293	349	15,52	314	314	100,00	329	73	0,06
293	430	1,72	315	137	57,00	329	329	97,52
294	294	100,00	315	315	36,00	330	126	40,00
295	295	100,00	315	371	7,00	330	330	60,00
296	122	70,00	316	138	32,00	331	331	100,00
296	296	30,00	316	316	58,00	332	102	48,00
297	297	82,70	316	372	10,00	332	332	52,00
297	353	15,73	317	317	100,00	333	74	7,50
297	430	1,57	318	318	100,00	333	88	2,00
298	62	10,00	319	64	10,00	333	89	3,00
298	65	20,00	319	115	50,00	333	90	1,50
298	67	10,00	319	141	20,00	333	91	2,50
298	73	10,00	319	319	20,00	333	96	12,50
298	96	20,00	320	102	20,00	333	97	2,50
298	298	30,00	320	320	60,00	333	100	2,00
299	62	5,00	320	376	20,00	333	101	2,00
299	64	2,00	321	321	100,00	333	104	8,00
299	65	0,50	322	62	0,96	333	105	3,50
299	73	3,50	322	64	0,96	333	121	1,00
299	96	35,00	322	88	20,67	333	130	3,00
299	299	44,50	322	89	5,29	333	333	49,00
299	355	8,50	322	90	28,85	334	65	0,09
299	430	1,00	322	322	12,02	334	74	0,94
300	64	0,03	322	91	2,40	334	334	97,00
300	121	0,03	322	92	1,92	334	430	1,97
300	300	82,26	322	96	23,56	335	335	100,00
300	356	15,71	322	104	0,48	336	96	10,00
300	430	1,75	322	118	0,48	336	107	13,33
301	125	10,00	322	322	12,02	336	108	16,67
301	126	20,00	322	430	2,40	336	336	60,00
301	301	60,00	323	323	97,49	337	64	6,67
301	357	10,00	323	430	2,51	337	73	3,33
302	73	0,08	324	74	1,24	337	107	16,67
302	123	0,15	324	76	0,25	337	108	20,00
302	302	83,75	324	92	0,25	337	337	53,33
302	358	14,34	324	96	1,24			
302	430	1,68	324	324	94,80	338	338	100,00
303	303	83,12	324	430	2,23	339	69	0,05
303	359	15,62	325	88	4,58	339	76	0,01
303	430	1,25	325	89	5,83	339	77	0,00

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
339	78	0,08	366	366	100,00	393	133	0,47
339	81	0,05	367	133	5,81	393	393	84,61
339	339	97,77	367	367	93,02	393	419	13,52
339	430	2,04	367	430	1,16	393	430	1,40
340	340	100,00	368	133	49,06	394	394	14,29
341	64	1,00	368	368	49,06	394	420	85,71
341	341	97,00	368	430	1,88	395	395	85,10
341	430	2,00	369	135	20,00	395	421	13,40
342	111	51,25	369	369	80,00	395	430	1,50
342	342	48,75	370	370	100,00	396	396	84,99
343	112	43,33	371	137	68,00	396	422	13,63
343	343	56,67	371	371	32,00	396	430	1,38
344	344	100,00	372	138	32,00	397	397	85,04
345	345	100,00	372	372	68,00	397	423	13,45
346	73	0,05	373	373	100,00	398	138	0,51
346	130	0,03	374	374	100,00	398	398	84,41
346	346	97,90	375	375	100,00	398	424	13,43
346	430	2,02	376	376	60,00	398	430	1,65
347	347	100,00	376	67	10,00	399	139	1,03
348	118	3,13	376	73	10,00	399	399	83,50
348	348	93,75	376	78	10,00	399	425	13,92
348	430	3,12	376	116	10,00	399	430	1,55
349	349	100,00	377	377	100,00	400	400	85,45
350	350	100,00	378	378	85,08	400	426	13,33
351	351	100,00	378	404	13,44	401	401	84,93
352	352	100,00	378	430	1,48	401	427	13,54
353	353	98,37	379	379	85,14	401	430	1,53
353	430	1,63	379	405	13,41	402	142	3,33
354	354	100,00	379	430	1,45	402	402	83,33
355	62	3,00	380	120	7,55	402	428	13,33
355	64	2,00	380	380	77,36	403	403	100,00
355	73	3,00	380	406	13,21	404	404	97,88
355	90	1,00	381	381	1,89	404	430	2,12
355	91	1,00	381	407	84,90	405	405	97,90
355	96	40,00	381	430	13,21	405	430	2,10
355	355	47,00	382	382	1,89	406	406	97,75
355	430	3,00	382	122	0,28	406	430	2,25
356	64	0,06	382	382	84,94	407	407	97,85
356	96	0,06	382	408	13,35	407	430	2,15
356	121	0,06	382	430	1,42	407	430	2,15
356	124	0,06	383	383	100,00	408	408	97,89
356	356	97,81	384	384	100,00	408	430	2,11
356	430	1,95	385	385	84,85	409	409	100,00
357	125	3,33	385	411	13,64	410	410	100,00
357	357	96,67	385	430	1,51	411	411	100,00
358	73	0,06	386	386	85,02	412	212	97,87
358	123	0,56	386	412	13,53	412	430	2,13
358	358	97,33	386	430	1,45	413	413	97,74
358	430	2,05	387	387	85,11	413	430	2,26
359	99	0,19	387	413	13,30	414	414	97,89
359	359	97,56	387	430	1,59	414	430	2,11
359	430	2,25	388	388	84,95	415	415	100,00
360	126	30,00	388	414	13,43	416	416	97,87
360	360	70,00	388	430	1,62	416	430	2,13
361	127	20,00	389	389	100,00	417	417	97,87
361	361	80,00	390	390	84,93	417	430	2,13
362	128	47,50	390	416	13,70	417	430	2,13
362	362	52,50	390	430	1,37	418	418	97,90
363	363	97,73	391	391	83,78	418	430	2,10
363	430	2,27	391	417	13,51	419	133	0,33
364	130	0,88	391	430	2,70	419	419	97,56
364	364	97,06	392	392	84,93	419	430	2,11
364	430	2,06	392	418	13,43	420	420	98,08
365	365	100,00	392	430	1,64	420	430	1,92

Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient	Fra celle	Til celle	Koeffisient
421	135	0,01	430	153	0,21	430	251	0,15
421	421	97,88	430	155	0,17	430	252	0,01
421	430	2,11	430	156	5,55	430	253	0,07
422	422	97,85	430	157	0,03	430	254	0,08
422	430	2,15	430	158	1,14	430	255	0,02
423	137	0,05	430	160	0,01	430	256	0,03
423	423	97,84	430	165	0,15	430	257	0,05
423	430	2,11	430	166	0,24	430	259	0,26
424	138	0,13	430	167	0,18	430	260	0,11
424	424	97,82	430	168	0,04	430	261	0,36
424	430	2,05	430	169	0,00	430	262	0,09
425	139	0,25	430	170	0,01	430	263	0,03
425	425	97,69	430	171	0,08	430	264	0,00
425	430	2,06	430	172	0,03	430	265	0,01
426	426	97,50	430	173	0,02	430	270	0,13
426	430	2,50	430	174	0,00	430	271	0,02
427	427	97,91	430	175	0,00	430	273	0,09
427	430	2,10	430	176	0,05	430	278	0,02
428	142	5,00	430	177	0,03	430	283	0,11
428	428	95,00	430	178	0,02	430	285	0,00
429	429	100,00	430	179	0,01	430	290	0,03
430	1	78,86	430	180	0,02	430	292	0,01
430	2	2,13	430	181	0,05	430	293	0,05
430	3	0,01	430	182	0,01	430	297	0,00
430	4	0,87	430	183	0,09	430	299	0,04
430	6	0,01	430	188	0,44	430	302	0,02
430	9	0,06	430	189	0,45	430	311	0,01
430	10	0,01	430	190	1,44	430	312	0,00
430	11	0,05	430	191	0,22	430	326	0,15
430	12	0,01	430	192	0,00	430	327	0,03
430	13	0,05	430	193	0,09	430	329	0,08
430	14	0,04	430	194	0,12	430	334	0,02
430	15	0,06	430	195	0,07	430	339	0,11
430	16	0,08	430	196	0,08	430	341	0,00
430	17	0,02	430	197	0,01	430	346	0,03
430	18	0,00	430	198	0,01	430	348	0,00
430	19	0,00	430	199	0,13	430	355	0,02
430	20	0,04	430	200	0,06	430	356	0,00
430	21	0,01	430	201	0,02	430	357	0,01
430	22	0,01	430	202	0,09	430	358	0,00
430	23	0,00	430	203	0,23	430	364	0,00
430	24	0,00	430	204	0,38	430	367	0,00
430	25	0,03	430	205	0,04	430	368	0,00
430	26	0,01	430	209	0,15	430	378	0,01
430	27	0,01	430	210	0,03	430	379	0,00
430	28	0,01	430	211	0,21	430	382	0,00
430	29	0,01	430	212	0,05	430	386	0,00
430	30	0,03	430	213	0,00	430	387	0,00
430	31	0,00	430	214	0,00	430	388	0,01
430	35	0,09	430	215	0,04	430	390	0,00
430	36	0,02	430	217	0,02	430	392	0,01
430	37	0,09	430	218	0,03	430	393	0,00
430	38	0,01	430	219	0,01	430	395	0,05
430	40	0,00	430	220	0,00	430	396	0,00
430	41	0,00	430	221	0,10	430	397	0,02
430	43	0,02	430	222	0,00	430	398	0,01
430	44	0,01	430	223	0,04	430	400	0,00
430	45	0,00	430	224	0,03	430	401	0,01
430	47	0,02	430	226	0,01	430	404	0,01
430	48	0,00	430	227	0,04	430	405	0,00
430	49	0,08	430	229	0,09	430	408	0,00
430	50	0,00	430	230	0,03	430	412	0,00
430	52	0,00	430	231	0,18	430	413	0,00
430	53	0,01	430	232	0,04	430	414	0,01
430	54	0,02	430	233	0,01	430	418	0,00
430	55	0,01	430	241	0,24	430	424	0,01
430	56	0,00	430	242	0,11	430	425	0,00
430	57	0,03	430	243	0,01	430	426	0,00
430	58	0,01	430	244	0,02	430	427	0,01
430	59	0,00	430	245	0,03			
430	61	0,00	430	247	0,12			
430	150	0,05	430	248	0,04			
430	151	0,50	430	249	0,01			
430	152	0,03	430	250	0,09			

Vedlegg 3. Beregnet bestand 1969 og 1970 og framskriving 1971, 1972, 1973 og 1974.

Tallene nedenfor kan etter terminologien i kapittel 2B tolkes som ϕ^{1969} , ϕ^{1970} , ϕ^{1971} , ϕ^{1972} , ϕ^{1973} og ϕ^{1974} . Etter den stokastiske modellen definert ved (2-C-1)-(2-C-6) og (2-C-10), (2-C-12) og (2-C-16), kan tallene for 1969 og 1970 tolkes som observasjoner av ϕ^{1969} og ϕ^{1970} , mens tallene for 1971, 1972, 1973 og 1974 kan tolkes som forventningene til henholdsvis ϕ^{1971} , ϕ^{1972} , ϕ^{1973} og ϕ^{1974} , når overgangssannsynlighetene er som i vedlegg 2. Dette kan det vel være naturlig å tolke som prediksjoner for disse stokastiske variable.

Cel-	Bestand-	Bestand-	Bestand-	Bestand-	Bestand-	Bestand-
le-	ene i					
num-	ulike	ulike	ulike	ulike	ulike	ulike
mer	celler	celler	celler	celler	celler	celler
i	1969	i 1970	i 1971	i 1972	i 1973	i 1974
1	63450	63450	65596	65596	66672	66672
2	365405		366744		369973	373735
3	1842	367427	1837	368580	1838	371811
4	132284		149689		162554	172399
5	12407		8245		8275	8348
6	1198		1273		2934	4474
7	14664		9595		6351	5826
8	23194	183747	16566	185368	11381	191495
9	7467		9746		11023	11967
10	617		1200		1325	1387
11	7592		7585		8262	8695
12	2078		2135		2328	2450
13	8212		8287		9033	9511
14	6949		6819		6683	5980
15	13020		10035		7212	4984
16	13841		14085		13391	12783
17	2991		3169		3029	2955
18	91		125		118	116
19	499		535		512	514
20	6347		6685		6209	6148
21	2243		2353		2179	2150
22	1248		1290		1195	1182
23	122		121		112	111
24	138		124		115	111
25	4574		4569		4170	4105
26	1800		1532		1385	1290
27	897		969		919	855
28	1248		1360		1294	1256
29	908		1014		967	904
30	4332		4595		4153	3961
31	705	87919	754	89087	675	86287
32	1		235		690	1192
33	1		102		298	515
34	1		252		740	1278
35	13835		14464		14785	15596
36	3850		4120		4325	4621
37	14890		15574		16002	16930
38	664		1177		1124	1070
39	58		91		124	145
40	684		760		798	781
41	1121		803		723	668
42	1		26		49	66
43	1756		2865		3400	3680
44	1002		1821		2147	2205
45	422		482		513	519
46	131		108		113	109
47	2744		2695		2720	2610
48	198		176		187	198
49	1205		1340		1420	1422
50	743		845		837	809
51	1		4		7	19
52	107		103		102	100
53	981		988		987	929
54	3913		3904		3709	3508
55	1829		1531		1294	1141
56	337		356		364	370
57	5003		5320		5196	4870
58	1476		1438		1371	1303
59	429		370		386	371
60	59		71		73	66
61	136	57578	178	62199	199	64683
62	2770		2963		3262	3482
62	99		95		107	123
64	3820		4714		4777	4862
65	1584		1798		2000	2157
66	5091		4677		4264	4045
67	1239		1569		1805	1987
68	636		660		688	719
69	2378		3248		3772	4101
70	322		301		301	303
71	1		1		1	1

Cel- le- num- mer	Bestand- ene i ulike celler i 1969	Bestand- ene i ulike celler i 1970	Bestand- ene i ulike celler i 1971	Bestand- ene i ulike celler i 1972	Bestand- ene i ulike celler i 1973	Bestand- ene i ulike celler i 1974
72	772	681	720	738	754	777
73	2124	2630	2964	3130	3236	3335
74	751	772	955	1184	1396	1578
75	586	385	364	360	368	380
76	918	989	931	897	887	895
77	1141	926	837	789	766	761
78	1489	1453	1356	1286	1258	1261
79	2425	2763	2759	2653	2548	2494
80	166	163	154	148	147	148
81	1	55	108	160	212	264
82	665	658	654	652	656	667
83	286	222	190	174	169	169
84	58	65	68	69	72	75
85	91	96	98	99	100	103
86	521	582	630	668	693	711
87	12	12	11	11	10	11
88	601	667	802	949	1079	1188
89	325	482	645	787	904	998
90	83	175	257	334	403	461
91	37	80	114	147	175	200
92	153	159	236	319	392	451
93	32	46	50	53	57	61
94	50	212	205	187	177	174
95	582	698	596	561	547	545
96	601	837	1120	1253	1362	1446
97	31	45	60	74	85	94
98	215	218	228	238	249	261
99	275	281	380	444	484	519
100	118	113	111	113	118	123
101	194	260	336	403	455	494
102	657	752	778	827	866	899
103	1	1	1	1	1	1
104	114	192	266	332	385	428
105	38	71	103	135	163	187
106	6	4	4	3	3	3
107	133	126	132	133	132	132
108	310	291	296	292	287	286
109	1337	1337	1329	1283	1232	1197
110	161	163	160	153	146	142
111	351	468	513	535	548	557
112	226	260	256	243	230	222
113	27	31	33	34	34	35
114	56	67	76	84	89	92
115	325	349	333	318	310	309
116	1	2	3	3	4	4
117	13	36999	29	40894	45	43244
					59	45095
					71	46917
						81
						48786
118	518	478	491	550	638	737
119	219	241	285	345	410	472
120	14	15	15	15	14	15
121	156	163	190	226	266	308
122	178	151	138	155	192	236
123	4	30	44	53	59	63
124	23	29	40	55	69	81
125	36	40	51	68	85	103
126	216	251	281	308	334	359
127	202	202	242	304	377	452
128	312	499	630	707	772	827
129	58	80	111	152	199	249
130	107	136	173	219	262	310
131	12	14	14	14	14	13
132	141	149	152	157	160	162
133	743	871	954	1029	1090	1140
134	2	-	-	-	-	-
135	481	669	691	703	694	679
136	88	115	128	133	131	127
137	397	366	346	334	329	328
138	87	135	142	133	120	108
139	71	69	71	74	74	77
140	61	45	40	40	42	45
141	125	163	174	166	159	155
142	1	3	5	7	9	10
143	16	4268	5	4920	3	5411
					4	5951
					6	6505
						7
						7063

Cel- le- num- mer	Bestand- ene i ulike celler i 1969	Bestand- ene i ulike celler i 1970	Bestand- ene i ulike celler i 1971	Bestand- ene i ulike celler i 1972	Bestand- ene i ulike celler i 1973	Bestand- ene i ulike celler i 1974
144	1		1	1	1	1
145	1		1	1	1	1
146	1		1	1	1	1
147	1		1	1	1	1
148	1		1	1	1	1
149	1	6	1	6	1	1
150	6899		7075	7984	8673	9200
151	4130		2504	1743	1542	1497
152	4226		2469	1632	1743	2281
153	5707		8116	6109	4233	3671
154	84	21046	4128	24292	4121	21589
155	3596		857	627	652	690
156	1443773		1421476	1399236	1377301	1355792
157	1697		3878	5127	6125	7332
158	153906		151142	148860	146317	143547
159	30	1603002	37	1577390	1196	1555046
160	3037		2521	3138	3584	3905
161	1		1	1	1	1
162	52		533	879	1124	1318
163	61		377	613	790	934
164	19		1489	2562	3340	3964
165	3702		2083	1892	1844	1686
166	5548		5930	4884	3705	2722
167	29962		30853	31785	31911	31532
168	6786		6794	6939	6928	6865
169	119		126	146	155	159
170	1311		1186	1129	1077	1044
171	8778		10430	11758	12296	12597
172	4032		3503	3214	2973	2807
173	1981		1867	1814	1739	1682
174	259		214	184	162	147
175	300		317	317	309	300
176	6324		7856	8865	9214	9392
177	3082		3494	3556	3477	3347
178	2123		2079	2105	2084	2024
179	2419		2462	2569	2594	2584
180	2737		2208	1928	1732	1581
181	2737		8391	8961	9009	8898
182	1776	92225	1752	96466	1742	100980
183	2585		1424	897	712	661
184	1		1	1	1	1
185	1		68	294	635	1058
186	1		58	221	464	767
187	1		169	808	1792	3030
188	68548		66008	63505	61113	58825
189	83293		79652	76225	72917	69712
190	150001		158302	166730	175205	183458
191	19883		22154	24399	26628	28795
192	1096		1116	1139	1169	1200
193	14112		14356	14560	14741	14901
194	8996		12127	15745	19684	23697
195	5702		6934	7945	8799	9529
196	15629		16115	16559	16972	17351
197	1568		1633	1684	1723	1753
198	1499		1581	1668	1752	1832
199	9480		11658	14298	17201	20155
200	1649		2653	3560	4288	4833
201	933		1740	2475	3144	3733
202	8760		9713	10687	11663	12617
203	39221		39782	40185	40489	40717
204	46424		48848	51449	54121	56724
205	2543	481926	3095	499187	3613	518647
206	1		1	1	1	1
207	1		1	1	1	1
208	1		1	1	1	1
209	5795		5844	6086	6276	6539
210	1220		1565	1816	1989	2142
211	8381		6221	5551	5358	5425
212	3087		2844	3034	3140	3180
213	94		70	52	40	31
214	122		307	418	482	505

Cel- le- num- mer	Bestand- ene i ulike celler i 1969	Bestand- ene i ulike celler i 1970	Bestand- ene i ulike celler i 1971	Bestand- ene i ulike celler i 1972	Bestand- ene i ulike celler i 1973	Bestand- ene i ulike celler i 1974
215	3170	2606	2131	1759	1468	1240
216	1	1	1	1	1	1
217	1479	2158	3320	4508	5564	6446
218	2750	2419	2423	2529	2625	2687
219	845	862	908	960	1001	1027
220	103	139	150	160	165	166
221	7701	7554	7416	7327	7196	7060
222	217	307	353	395	433	470
223	3740	3463	3321	3253	3203	3166
224	2390	2282	2263	2244	2213	2181
225	1	1	1	1	1	1
226	548	463	396	346	307	277
227	3120	2977	2874	2797	2704	2612
228	150	663	856	900	885	862
229	8130	6925	5902	5038	4327	3752
230	2750	2358	2077	1872	1721	1615
231	15535	14056	13090	12313	11587	10847
232	3280	3179	3088	2988	2883	2775
233	1228	1215	1160	1134	1104	1078
234	188	192	204	216	218	218
235	565	76593	552	71226	578	69472
					617	68646
					666	68098
					722	67657
236	1	1	1	1	1	1
237	1	1	1	1	1	1
238	1	1	1	1	1	1
239	22310	22176	22108	22105	22161	22284
240	5714	5573	5513	5503	5530	5588
241	11924	12125	12055	11927	11813	11752
242	17457	17918	18358	18828	19308	19787
243	1396	1388	1375	1359	1340	1320
244	4759	4680	4634	4606	4586	4570
245	1461	2206	2804	3278	3657	3962
246	183	171	160	149	139	130
247	24095	24146	24425	24998	25848	26932
248	1394	2055	2657	3257	3869	4489
249	1648	1802	1957	2119	2285	2454
250	1507	1494	1489	1487	1485	1486
251	9611	11463	13240	14946	16587	18160
252	1519	1545	1588	1641	1702	1771
253	5134	5978	6747	7467	8152	8811
254	11178	11580	11958	12323	12673	13009
255	3508	3416	3329	3244	3161	3081
256	5044	5100	5138	5159	5167	5169
257	3696	4478	5215	5914	6574	7199
258	500	326	300	306	310	309
259	30827	32344	33547	34485	35202	35743
260	15153	15590	15934	16207	16430	16617
261	34930	38153	40985	43527	45818	47874
262	9270	9981	10656	11294	11893	12455
263	2462	2657	2836	2995	3139	3270
264	340	383	427	473	520	567
265	539	227562	661	239392	778	250216
					896	260496
					1019	270371
					1150	279943
266	61	408	578	697	781	845
267	102	17	5	4	4	4
268	52	520	781	891	946	989
269	70	110	149	189	227	261
270	9272	8452	7730	7078	6532	6107
271	1779	1756	1845	1988	2155	2325
272	10	10	10	10	11	11
273	7661	8127	8852	9710	10632	11607
274	20	20	21	22	23	25
275	1	1	1	1	1	1
276	50	32	28	27	28	29
277	160	256	350	437	506	561
278	1793	1587	1429	1341	1319	1344
279	1	23	43	61	79	97
280	10	26	35	39	41	42
281	5	25	35	41	44	46
282	40	50	53	57	62	66
283	8247	8050	8100	8138	8105	8019
284	20	14	12	11	10	9
285	443	357	288	234	190	155
286	20	38	55	66	72	76

Cel- le- num- mer	Bestand- ene i 1969	Bestand- ene i 1970	Bestand- ene i 1971	Bestand- ene i 1972	Bestand- ene i 1973	Bestand- ene i 1974
287	20	27	33	35	34	33
288	10	6	4	2	1	1
289	40	18	8	4	2	1
290	2709	2400	2183	2030	1926	1855
291	1	7	13	19	24	30
292	767	737	712	701	708	732
293	58	95	136	183	236	291
294	1	2	4	7	11	16
295	1	3	6	11	18	25
296	10	9	8	9	12	14
297	318	275	243	218	198	182
298	10	30	123	148	145	139
299	200	301	296	453	488	515
300	3201	2762	2454	2261	2130	2047
301	10	11	12	15	19	23
302	1311	1195	1099	1023	963	918
303	160	294	409	567	727	888
304	10	24	32	37	41	45
305	20	54	72	91	114	141
306	40	37	45	54	62	69
307	1	1	1	1	1	1
308	10	14	21	29	39	48
309	1	5	11	20	30	42
310	1	3	4	6	7	7
311	387	357	334	317	305	296
312	98	117	132	146	156	165
313	5	65	125	164	189	203
314	1	12	26	42	59	75
315	100	40	18	10	7	6
316	50	29	17	10	6	3
317	1	1	1	1	1	1
318	1	1	1	1	1	1
319	10	2	-	-	-	-
320	5	3	2	1	1	-
321	1	39386	2	38824	3	39086
					5	39659
					7	40436
					9	41444
322	208	267	333	394	439	474
323	359	366	370	373	379	386
324	404	666	968	1287	1607	1924
325	240	224	236	266	304	343
326	24812	26732	28391	29810	31039	32124
327	4738	5049	5382	5743	6137	6562
328	2	6	8	9	10	11
329	4915	5302	5802	6370	6982	7635
330	5	10	13	15	17	19
331	1	1	1	1	1	1
332	25	40	50	55	60	64
333	200	304	414	520	608	680
334	1068	1481	1847	2197	2552	2920
335	1	92	176	254	328	401
336	30	102	135	150	156	159
337	30	59	79	89	93	96
338	1	27	54	81	108	134
339	21940	23540	25140	26713	28238	29704
340	1	4	6	9	11	12
341	100	182	246	295	332	361
342	80	44	29	24	23	23
343	30	35	41	45	46	46
344	1	3	4	5	5	6
345	1	5	7	8	8	8
346	3864	4444	4973	5463	5925	6365
347	1	1	1	1	1	1
348	32	208	371	529	686	846
349	8	48	105	182	277	392
350	1	2	4	7	11	16
351	1	2	4	7	11	16
352	1	5	9	15	24	34
353	123	178	228	274	315	354
354	1	11	53	94	132	167
355	100	211	312	391	445	485
356	1693	2290	2859	3427	3982	4528
357	30	39	49	60	72	87

Cel- le- num- mer	Bestand- ene i ulike celler i 1969	Bestand- ene i ulike celler i 1970	Bestand- ene i ulike celler i 1971	Bestand- ene i ulike celler i 1972	Bestand- ene i ulike celler i 1973	Bestand- ene i ulike celler i 1974
358	1610	1801	1973	2127	2269	2401
359	533	645	777	961	1186	1447
360	10	17	24	30	36	41
361	20	33	49	67	89	113
362	40	34	33	34	37	39
363	176	172	168	164	161	157
364	340	336	335	337	342	349
365	1	4	9	16	25	36
366	1	2	3	3	7	4
367	86	148	201	243	289	325
368	53	55	59	64	69	73
369	5	7	21	45	72	98
370	1	2	3	5	6	8
371	50	27	15	10	7	6
372	100	73	58	37	26	19
373	1	1	1	1	1	1
374	1	1	1	1	1	1
375	1	1	1	1	1	1
376	10	7	5	3	2	1
377	1	68087	3	75349	7	82436
					12	89324
					18	96005
					26	102540
378	610	611	605	603	610	632
379	276	281	290	306	331	366
380	53	44	37	32	27	25
381	53	62	70	80	92	108
382	352	368	372	370	375	393
383	1	2	10	21	34	48
384	1	6	12	21	33	48
385	66	59	53	50	47	48
386	207	212	222	235	250	266
387	188	185	182	185	194	210
388	804	812	892	1011	1143	1280
389	1	12	27	48	77	115
390	73	66	61	58	56	56
391	37	36	36	36	36	36
392	856	769	697	637	587	546
393	429	524	632	741	848	953
394	7	1	-	-	-	-
395	4404	4166	4114	4087	4074	4057
396	433	405	392	386	382	379
397	1591	1587	1567	1539	1508	1480
398	789	728	707	694	677	655
399	194	189	184	181	179	178
400	165	171	169	164	160	158
401	783	789	830	875	906	926
402	30	25	21	17	14	12
403	1	12404	5	12115	6	12188
					7	12384
					8	12648
					10	12987
404	1843	1920	1993	2065	2139	2216
405	904	932	963	997	1036	1081
406	89	95	100	103	106	109
407	93	103	114	127	142	170
408	1565	1601	1638	1672	1706	1745
409	1	2	10	21	34	48
410	1	2	3	5	7	10
411	17	29	40	52	64	78
412	985	998	1012	1027	1045	1064
413	266	292	317	342	369	399
414	5167	5196	5239	5299	5379	5479
415	1	1	1	1	1	1
416	94	105	116	126	138	150
417	94	97	100	103	105	108
418	904	1004	1090	1165	1230	1288
419	900	952	1018	1098	1192	1299
420	156	159	157	157	151	148
421	8549	8986	9385	9768	10140	10503
422	976	1018	1055	1090	1123	1156
423	4021	4173	4322	4464	4599	4727
424	2341	2407	2468	2525	2578	2627
425	1211	1212	1214	1215	1215	1215
426	200	218	235	251	266	281
427	2200	2269	2340	2415	2494	2576
428	20	23	25	27	28	28
429	1	32599	1	33795	1	34956
					1	36116
					1	37288
					1	38507
430	81566	81566	82876	82876	84439	84439
					85451	85451
					87495	87495
					89023	89023

Vedlegg 4. Bestandtall fra statistikken for 1971 og 1972, og avvik mellom disse og framskrivings-tallene

Vi definerer

ϕ_i^{ts} = antall personer i celle i i år t ifølge NOS undervisningsstatistikk

og

ϕ_i^{tf} = antall personer i celle i i år t ifølge vår framskriving

for $i = 1, 2, \dots, 430$ og $t = 1971, 1972$.

ϕ_i^{tf} er da tallene fra vedlegg 3, for $t = 1969, \dots, 1974$ og $i = 1, 2, \dots, 430$, mens ϕ_i^{ts} er

de tilsvarende tall, regnet ut på grunnlag av utdanningsstatistikken. Foreløpig har vi tall bare for noen celler i 1971 og 1972. Disse er gjengitt i tabell V-4-1. I tabell V-4-2 har vi trukket disse tallene fra de korresponderende tall fra framskrivingen. Et positivt tall betyr at framskrivingen gir flere personer enn statistikken, et negativt at framskrivingen gir færre. I tabell V-4-3 er så disse differanser regnet i prosent av bestandtallet fra statistikken.

Tabell V-4-1. Bestandtall fra statistikken.

i	ϕ_i^{1971S}	ϕ_i^{1972S}
1	66 345	67 462
2	370 540	375 004
3	1 729	1 790
	372 269	376 794
4	163 930	176 986
5	4 546	-
6	1 052	1 150
7	4 672	2 517
8	11 154	6 185
	185 354	186 838
9	10 340	10 907
10	1 533	1 993
11	7 675	7 576
12	2 068	2 193
13	8 801	8 948
14	6 573	
15	7 195	5 357
16	13 047	
17	3 585	
18	144	
19	239	
20	7 430	
21	2 618	
22	1 672	
23	228	
24	143	
25	4 646	
26	1 029	
27	1 303	
28	1 459	
29	277	
30	4 863	
31	677	87 545
32	725	
33	210	
34	777	
35	14 628	14 702
36	4 460	4 366
37	15 712	16 040
38	1 446	
39	177	
40	649	
41	509	
42	52	
43	2 485	
44	1 138	
45	170	
46	28	
47	3 049	
48	251	
49	1 616	
50	680	
51	-	
52	119	
53	953	
54	4 963	
55	1 769	
56	301	
57	5 529	
58	2 162	
59	423	
60	-	
61	504	65 485
...		
143		49 314

Tabell V-4-2. Absolutte avvik mellom framskrivingen og statistikken

i	$\phi_i^{1971F} - \phi_i^{1971S}$		$\phi_i^{1972F} - \phi_i^{1972S}$	
1	327	327	464	464
2	-567		-1 269	
3	109	-458	52	-1 217
4	-1 376		14 587	
5	3 729		8 348	
6	1 882		3 324	
7	1 679		3 309	
8	227	6 141	2 461	12 855
9	683		1 060	
10	-210		-606	
11	587		1 119	
12	260		257	
13	232		563	
14	110		-373	
15	17			
16	344			
17	-556			
18	-26			
19	273			
20	-1 221			
21	-439			
22	-477			
23	-116			
24	-28			
25	-476			
26	356			
27	-384			
28	-165			
29	690			
30	-710			
31	-2	-1 258		
32	-35			
33	88			
34	-37			
35	157		83	
36	-135		-41	
37	290		-38	
38	-322			
39	53			
40	149			
41	214			
42	-3			
43	915			
44	1 009			
45	343			
46	85			
47	-329			
48	-64			
49	-196			
50	157			
51	7			
52	-17			
53	34			
54	-1 254			
55	-475			
56	63			
57	-333			
58	-791			
59	-37			
60	73			
61	-306	-1 353		
.				
.				
143		-1 559		

Tabell V-4-3. Relative avvik mellom framskrivingen og statistikken

i	$\frac{\phi_i^{1971F} - \phi_i^{1971S}}{\phi_i^{1971S}}$	$\frac{\phi_i^{1972F} - \phi_i^{1972S}}{\phi_i^{1972S}}$
1	0,5	0,7
2	-0,1	-0,4
3	6,3	2,9
4	-0,8	-0,3
5	82,0	2,6
6	178,9	289,0
7	35,9	131,5
8	2,0	39,8
9	3,3	6,9
10	6,6	9,7
11	-14,7	-30,4
12	7,7	14,8
13	12,6	11,7
14	2,6	6,3
15	1,7	
16	0,2	-7,0
17	2,6	
18	-15,5	
19	-18,1	
20	114,2	
21	-16,4	
22	-16,8	
23	-28,5	
24	-50,9	
25	-19,6	
26	-10,2	
27	34,6	
28	-29,5	
29	-11,3	
30	249,1	
31	-14,6	
	-0,3	
	-1,4	
32	-4,8	
33	41,9	
34	-4,8	
35	1,1	0,6
36	-3,0	-0,9
37	1,9	-0,2
38	-22,3	
39	-29,9	
40	23,0	
41	42,0	
42	-5,8	
43	36,8	
44	88,7	
45	201,8	
46	303,6	
47	-10,8	
48	-25,5	
49	-12,1	
50	23,1	
51	-14,3	
52	3,6	
53	-25,3	
54	-26,9	
55	20,9	
56	-6,0	
57	-36,6	
58	-8,8	
59		
60		
61	-60,7	-2,1
...		
143		-3,2

Vedlegg 5. Konfidensintervall for overgangssannsynligheter.

Nedenfor gjengir vi en del intervall, beregnet etter følgende formler

$$\begin{aligned}\text{Øvre grense} &= \left[\frac{\gamma_{ij}^{1969}}{\phi_i^{1969}} + 1,96 \sqrt{\frac{\gamma_{ij}^{1969}}{\phi_i^{1969}} \left(1 - \frac{\gamma_{ij}^{1969}}{\phi_i^{1969}} \right)} \cdot 100 \right] \\ \text{Nedre grense} &= \left[\frac{\gamma_{ij}^{1969}}{\phi_i^{1969}} - 1,96 \sqrt{\frac{\gamma_{ij}^{1969}}{\phi_i^{1969}} \left(1 - \frac{\gamma_{ij}^{1969}}{\phi_i^{1969}} \right)} \cdot 100 \right]\end{aligned}$$

Her er

γ_{ij}^{1969} = antall personer som går fra celle i i 1969 til celle j i 1970

ϕ_i^{1969} = antall personer som er i celle i i 1969

når i og j får fra 1 til 430. For γ_{ij}^{1969} har vi brukt tallene i vedlegg 2, og for ϕ_i^{1969} tallene for 1969 i vedlegg 3.

Av formel (2-C-24), ser vi at "Øvre grense" og "Nedre grense" kan tolkes som et sett marginale, 95% konfidensintervall for overgangskoeffisientene i en enkel, stokastisk modell som den skissert først i avsnitt 2Cc), dersom γ_{ij}^{1969} kan betraktes som realiserte verdier av de stokastiske variable $\Gamma_1^{1969}, \Gamma_2^{1969}, \dots, \Gamma_{430}^{1969}$ og ϕ_i^{1969} , som de gitte bestandstall i 1969.¹⁾ Tilstrekkelige betingelser for dette, er at alle personer i samme celle i 1969 har de samme overgangssannsynligheter. Implisitt i dette ligger at det ikke er andre ting som påvirker overgangene, f.eks. opptaksbegrensning. Vi vet jo imidlertid at det faktisk foregår opptaksberegsning og at det finnes celler som omfatter flere klassestrinn, slik at modellen i avsnitt 2Cc) nok blir for enkel. Tallene nedenfor bør derfor betraktes som estimater i et hypotetisk tilfelle. Grunnen til at vi har regnet dem ut, er at vi antar at den presisjonen de gir uttrykk for, ikke vil være fundamentalt forskjellig fra presisjonen i en mer realistisk modell, f.eks. en med skranker på overgangene og en spesifikasjon av cellene som gjorde det mer rimelig å anta like overgangssannsynligheter fra samme celle. En bør merke seg at den presisjonen en her får inntrykk av, ikke har noe å gjøre med kvaliteten av data. Den sier bare noe om hvor godt vi greier å estimere ikke observerbare størrelser, dersom det ikke er målefeil i data.

Vi har her sett på estimering ut fra ett sett overgangstall. Hvis vi har data for flere år, og vet noe om sammenhengen mellom overgangssannsynlighetene for ulike år, blir selvsagt presisjonen bedre.

Vi har beregnet estimater for alle overgangssannsynlighetene, men siden det her bare er mening en å gi en indikasjon på presisjon, har vi gjengitt bare en del av dem.

1) Dette gjelder bare tilnærmet, bedre jo nærmere de marginale fordelingene til Γ 'ene ligger normalfordelingene med samme forventninger og varianser. Jfr. [15], s. 72.

FRA CELLE	TIL CELLE	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
1	1	1.89	2.11
1	2	97.29	97.53
1	3	0.19	0.27
1	430	0.31	0.41
2	2	82.85	83.10
2	3	0.01	0.02
2	4	14.27	14.44
2	5	2.21	2.30
2	6	0.01	0.01
2	430	0.39	0.44
3	3	87.15	90.05
3	6	9.54	12.39
3	430	0.13	0.73
4	4	72.70	73.18
4	9	7.19	7.47
4	10	0.55	0.63
4	11	3.63	3.84
4	12	1.00	1.11
4	13	3.99	4.21
4	14	0.18	0.23
4	16	1.89	2.04
4	17	0.22	0.27
4	18	0.01	0.02
4	19	0.03	0.05
4	20	0.90	1.01
4	21	0.27	0.33
4	22	0.16	0.20
4	22	0.16	0.20
4	23	0.01	0.03
4	24	0.01	0.02
4	25	0.42	0.49
4	26	0.05	0.08
4	30	0.18	0.22
4	150	4.85	5.08
4	155	0.10	0.13
4	430	0.47	0.54
5	7	56.69	58.43
5	8	33.39	35.06
5	16	0.03	0.12
5	20	0.02	0.11
5	26	0	0.02
5	151	7.21	8.15
5	430	0.28	0.51
6	6	50.01	55.66
6	17	1.14	2.70
6	20	0.32	1.35
6	152	28.76	34.01
6	157	10.65	14.39
6	430	0.10	0.90
7	7	16.13	17.34
7	8	26.61	28.05
7	14	0	0.03
7	16	1.55	1.97
7	17	0.35	0.57
7	18	0.00	0.06
7	19	0.06	0.16
7	20	1.51	1.93
7	21	0.43	0.66
7	22	0.21	0.39
7	23	0.00	0.05
7	24	0.02	0.09
7	25	0.75	1.06
7	26	0.40	0.63
7	28	0	0.02
7	29	0.19	0.36
7	30	0.38	0.61
7	31	0.08	0.20
7	153	46.79	48.41
7	158	0.31	0.52
7	430	0.44	0.68

FRA CELLE	TIL CELLE	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
8	8	35.22	36.45
8	10	0.33	0.50
8	11	2.14	2.53
8	12	0.55	0.76
8	13	2.33	2.74
8	15	40.18	41.44
8	154	16.76	17.73
8	430	0.12	0.23
9	10	1.91	2.59
9	11	13.40	14.99
9	12	3.55	4.43
9	13	14.49	16.12
9	14	1.86	2.53
9	16	11.72	13.22
9	17	0.85	1.32
9	18	0.01	0.13
9	19	0.09	0.29
9	20	3.76	4.67
9	21	1.05	1.57
9	22	0.60	1.01
9	23	0.02	0.14
9	24	0.01	0.13
9	25	1.70	2.34
9	26	0.07	0.25
9	28	0.20	0.47
9	29	0.20	0.47
9	30	1.04	1.56
9	31	0.23	0.50
9	38	0.10	0.30
9	41	0.84	1.30
9	43	0.64	1.05
9	44	1.79	2.44
9	45	0.12	0.34
9	47	1.01	1.51
9	48	0.01	0.13
9	49	0.20	0.47
9	50	0.29	0.59
9	52	0.04	0.20
9	57	0.26	0.55
9	150	1.05	1.57
9	160	26.88	28.91
9	183	0.26	0.55
9	430	0.39	0.73
10	10	2.10	5.03
10	32	34.10	41.75
10	33	13.45	19.29
10	34	36.80	44.56
10	150	0.10	1.52
10	154	- 0.16	0.48
10	430	- 0.06	1.04
11	11	3.45	4.32
11	35	94.60	95.57
11	150	0.11	0.31
11	154	- 0.01	0.06
11	162	0.13	0.35
11	430	0.39	0.72
12	12	3.15	4.84
12	36	94.27	96.11
12	150	0.00	0.38
12	154	- 0.05	0.14
12	430	0.25	0.90
13	13	3.57	4.42
13	37	93.95	94.92
13	150	0.48	0.83
13	154	0.01	0.13
13	164	0.15	0.36
13	430	0.41	0.74
14	10	0.12	0.34
14	11	1.19	1.75
14	12	0.27	0.57
14	13	1.30	1.89
14	14	5.48	6.60

FRA CELLE	TIL CELLE	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
14	16	6.48	7.68
14	17	0.85	1.34
14	18	0.02	0.15
14	19	0.11	0.32
14	20	3.59	4.52
14	21	1.07	1.61
14	22	0.57	0.98
14	23	0.01	0.13
14	24	0.00	0.11
14	25	1.62	2.27
14	26	0.98	1.50
14	28	10.33	11.80
14	29	2.67	3.49
14	30	11.69	13.24
14	31	0.21	0.48
14	38	0.52	0.92
14	39	0.04	0.21
14	40	0.34	0.67
14	41	1.16	1.72
14	45	0.85	1.34
14	47	0.58	1.00
14	49	0.27	0.57
14	50	0.73	1.19
14	54	3.35	4.25
14	57	11.21	12.74
14	150	- 0.01	0.09
14	165	20.85	22.79
14	188	0.82	1.30
14	430	0.40	0.75
15	10	0.67	0.99
15	11	4.33	5.06
15	12	1.12	1.52
15	13	4.64	5.39
15	14	7.04	7.94
15	15	3.66	4.34
15	16	11.18	12.29
15	17	0.92	1.28
15	18	0.03	0.12
15	19	0.14	0.29
15	20	3.72	4.39
15	21	1.15	1.54
15	22	0.63	0.93
15	23	0.03	0.12
15	24	0.01	0.09
15	25	1.71	2.18
15	26	0.09	0.23
15	28	- 0.01	0.02
15	30	1.19	1.59
15	31	0.24	0.45
15	38	0.34	0.58
15	39	0.02	0.11
15	40	0.43	0.68
15	41	1.05	1.43
15	42	0.05	0.61
15	43	0.37	0.61
15	44	1.40	1.83
15	45	0.07	0.19
15	47	0.56	0.84
15	48	0.00	0.07
15	49	0.20	0.38
15	52	0.02	0.11
15	53	0.16	0.33
15	56	0.70	1.02
15	57	5.95	6.79
15	154	0.58	0.88
15	166	37.61	39.28
15	189	0.29	0.51
15	430	0.45	0.71
16	16	3.68	4.33
16	43	0.76	1.08
16	44	5.48	6.26
16	57	0.11	0.25
16	150	0.13	0.28
16	153	0	0.05

FRA CELLE	TIL CELLE	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
16	167	78.38	79.74
16	190	8.69	9.66
16	430	0.45	0.70
17	17	3.31	4.72
17	40	1.80	2.88
17	45	5.10	6.80
17	54	- 0.03	0.16
17	150	- 0.01	0.21
17	153	- 0.03	0.10
17	168	74.81	77.85
17	191	9.50	11.70
17	430	0.30	0.84
18	18	0.18	8.61
18	40	- 0.37	6.97
18	46	17.32	35.43
18	54	4.56	17.41
18	169	38.08	58.62
18	192	0.81	10.18
18	430	- 1.04	3.24
19	19	2.29	5.73
19	47	16.53	23.55
19	54	1.06	3.75
19	150	- 0.19	0.59
19	170	61.15	69.51
19	193	5.12	9.71
19	430	- 0.08	1.28
20	20	3.52	4.48
20	46	0.54	0.97
20	47	11.88	13.52
20	48	0.62	1.08
20	54	3.22	4.15
20	150	0.09	0.32
20	153	- 0.01	0.10
20	171	70.32	72.55
20	194	5.18	6.32
20	430	0.38	0.75
21	21	3.20	4.82
21	47	19.01	22.36
21	49	19.75	23.14
21	54	9.46	12.03
21	150	0.00	0.35
21	153	- 0.04	0.13
21	172	32.67	36.61
21	195	6.57	8.77
21	430	0.27	0.89
22	22	2.92	5.09
22	40	4.26	6.80
22	50	22.05	26.82
22	54	16.20	20.50
22	150	- 0.06	0.38
22	173	37.98	43.43
22	196	4.91	7.59
22	430	0.15	0.98
23	23	0.58	7.62
23	40	41.95	59.69
23	51	- 0.29	5.21
23	174	27.54	44.59
23	197	1.61	9.86
23	430	- 0.78	2.42
24	24	0.95	7.75
24	52	2.40	10.64
24	175	77.12	89.55
24	198	1.41	8.73
24	430	- 0.69	2.14
25	25	3.43	4.57
25	53	10.55	12.40
25	54	0.11	0.41
25	150	0.02	0.24
25	153	- 0.02	0.06
25	176	78.21	80.56

FRA CELLE	TIL CELLE	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
25	199	3.58	4.73
25	430	0.35	0.79
26	26	3.09	4.91
26	55	4.65	6.80
26	150	- 0.05	0.16
26	153	- 0.05	0.16
26	177	73.68	77.65
26	200	12.34	15.54
26	430	0.21	0.90
27	27	2.73	5.30
27	56	0.92	2.65
27	178	71.27	77.00
27	201	16.81	21.99
27	430	0.14	1.20
28	28	2.92	5.09
28	53	0.10	0.86
28	57	2.92	5.09
28	179	66.26	71.40
28	202	19.81	24.41
28	430	0.15	0.98
29	29	5.29	8.59
29	43	3.45	6.24
29	52	0.35	1.64
29	58	24.73	30.55
29	180	41.04	47.50
29	203	12.04	16.60
29	430	0.35	1.64
30	30	3.41	4.58
30	40	0.62	1.18
30	57	1.02	1.71
30	59	4.51	5.83
30	150	- 0.01	0.15
30	153	- 0.02	0.07
30	181	72.56	75.18
30	204	13.00	15.07
30	430	0.35	0.80
31	31	2.60	5.40
31	60	6.53	10.53
31	182	74.62	80.58
31	205	7.61	11.85
31	430	- 0.13	0.39

Vedlegg 6. Prediksjonsintervall for bestandstall i 1971

Vi gjengir nedenfor en del intervall, beregnet etter følgende formler:

$$\text{Øvre grense} = \sum_{i=1}^{430} \phi_i^{1970} p_{ij} + 1,96 \sqrt{\sum_{i=1}^{430} \phi_i^{1970} p_{ij} (1-p_{ij})}$$

$$\text{Nedre grense} = \sum_{i=1}^{430} \phi_i^{1970} p_{ij} - 1,96 \sqrt{\sum_{i=1}^{430} \phi_i^{1970} p_{ij} (1-p_{ij})}$$

hvor p_{ij} er overgangskoeffisientene i vedlegg 2 og

ϕ_i^{1970} = antall personer i celle i 1970. ϕ_i^{1970} ene er tallene for 1970 i vedlegg 3. Vi ser at "Nedre grense" og "Øvre grense" kan tolkes som et sett marginale, 95% prediksjonsintervall for bestandtallene i 1971, i en enkel stokastisk modell som den først i avsnitt 2(c), med overgangssannsynligheter som tallene i vedlegg 2 og bestandtall i 1970 som i vedlegg 3. Kommentarene vi hadde i vedlegg 5 til den stokastiske modellen, er like relevante her. I tillegg gjelder jo observasjonen overgangene fra 1969 til 1970, mens vi her trenger overgangssannsynlighetene fra 1970 til 1971. Som i vedlegg 5, tror vi at presisjonen som tallene gir uttrykk for, sier noe om presisjonen i en mer realistisk modell, og vi har derfor gjengitt en del intervall.

CELLE NR.	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
1	66 431	66 913
2	369 513	370 434
3	1 799	1 877
4	162 016	163 093
5	8 099	8 451
6	2 850	3 017
7	6 238	6 465
8	11 210	11 551
9	10 825	11 221
10	1 252	1 394
11	8 089	8 435
12	2 234	2 422
13	8 852	9 214
14	6 531	6 834
15	7 081	7 342
16	13 175	13 606
17	2 923	3 135
18	97	139
19	468	557
20	6 060	6 358
21	2 089	2 270
22	1 128	1 163
23	91	133
24	94	136
25	4 047	4 293
26	1 313	1 457
27	860	976
28	1 226	1 362
29	906	1 027
30	4 031	4 276
31	624	726
32	657	723
33	273	324
34	707	774
35	14 660	14 909
36	4 259	4 391
37	15 872	16 132
38	1 059	1 190
39	107	141
40	751	846
41	673	773
42	39	58
43	3 295	3 506

CELLE NR.	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
44	2 065	2 230
45	472	555
46	94	132
47	2 628	2 813
48	161	214
49	1 354	1 486
50	786	889
51	4	10
52	84	119
53	930	1 044
54	3 600	3 817
55	1 234	1 353
56	328	401
57	5 076	5 316
58	1 310	1 431
59	348	424
60	57	89
61	171	226
62	3 164	3 360
63	89	125
64	4 646	4 908
65	1 921	2 079
66	4 156	4 371
67	1 734	1 877
68	649	727
69	3 663	3 881
70	272	329
71	1	1
72	669	770
73	2 866	3 062
74	907	1 003
75	327	401
76	877	985
77	788	886
78	1 295	1 417
79	2 675	2 843
80	133	175
81	94	122
82	616	693
83	166	213
84	54	82
85	83	112
86	582	678
87	6	17
88	752	853
89	599	690
90	231	284
91	96	132
92	210	263
93	38	62
94	177	232
95	549	643
96	1 069	1 172
97	45	75
98	202	253
99	344	416
100	93	129
101	304	367
102	737	819
103	1	1
104	237	295
105	85	122
106	0	7
107	110	154
108	264	327
109	1 276	1 382
110	142	178
111	480	547
112	233	278
113	24	43
114	65	88
115	302	364
116	1	4
117	33	57
118	457	524

CELLE NR.	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
119	257	313
120	9	21
121	169	210
122	121	155
123	33	56
124	30	51
125	41	62
126	259	304
127	220	264
128	594	665
129	96	126
130	152	194
131	9	20
132	134	169
133	917	990
134	0	0
135	653	729
136	112	144
137	317	374
138	122	162
139	61	81
140	30	50
141	155	193
142	2	8
143	0	7

LITTERATURHENVISNINGER

- [1] Tore Thonstad: "Education and Manpower. Theoretical Models and Empirical Applications" Edinburgh 1969.
- [2] Peter Armitago, Cyril Smith og Paul Alper: "Decision Models for Educational Planning" London 1969.
- [3] "S.O.M. A. Simulation Model of the Educational System" Technical Report. OECD. Paris 1971.
- [4] Eva Birkeland: "Antall studenter og kandidater, akademikerbestand og driftsutgifter ved universiteter og høgskoler. En del regneeksempler for perioden 1970 - 1990 utført ved hjelp av en simuleringsmodell." NAVF's utredningsinstitutt, 1971.
- [5] Johan-Kristian Tønder: "Prioritering mellom utdanninger." Rapport fra Nordisk seminar om utdanningsprognoser 1972, ved Nordisk Statistisk sekretariat, København.
- [6] Tove Thagaard Sem: "Kjønnsroller og studiemotivering. En undersøkelse av kjønnsforskjeller i rekruttering til høyere utdanning" NAVF Utredningsavdelingen 1967.
- [7] Anne Lise Østby: "Faktorer som påvirker artianernes studievalg. En oppfølgingsundersøkelse av artiumskullet 1963." NAVF's utredningsinstitutt, 1969.
- [8] Sigmund Vangsnæs: "Hvem blir student i Norge?" Oslo 1971.
- [9] Erik Jørgen Hansen: "De 14 - 20 åriges uddannelsessituasjon 1965". Publikation 31 fra Socialforskningsinstituttet, København 1968.
- [10] - : "Ungdom og uddannelse. De 14 - 20 åriges uddannelsessituasjon 1965." Publikation 47 fra Socialforskningsinstitutet, København 1971.
- [11] Nordisk Forum. Tidsskrift for universitets- og forskningspolitik. Hæfte 3 1971.
- [12] Odd Ramsøy: "Samfunnsbygning og skolesøkning". Oslo 1957.
- [13] Jostein Arrestad: "Om utbyttet av å investere i utdanning i Norge" Norges handelshøgskole. Samfunnsøkonomisk Institutt. Skrifter. Serie A, 1. Bergen 1969.
- [14] Asbjørn Fidjestøl: "Optimaliseringsmodeller for valg mellom utdanningsalternativer under usikkerhet". Rapport fra Nordisk Seminar om utdanningsprognoser 1972, ved Nordisk Statistisk Sekretariat, København.
- [15] Herdis Thorén Amundsen: "Innføring i teoretisk statistikk II". Memorandum fra Sosialøkonomisk Institutt 28.mai 1962.
- [16] James N. Morgan and John A. Sonquist: "The Detection of Interaction Effects" Monograph No. 35, Survey Research Center, Institute for Social Research, The University of Michigan. Michigan 1970.
- [17] James N. Morgan and John A. Sonquist: "Problems in the Analysis of Survey Data, and a Proposal." Journal of the American Statistical Association, 58(June 1963), 415 - 35.
- [18] Lea Orr: "Dependence of Transition Proportions in the Educational System on Observed Social Factors and School Characteristics" Journal of the Royal Statistical Society, Series A, Volume 135, Part 1, 1972.
- [19] "Standard for utdanningsgruppering". Statistisk Sentralbyrås håndbøker 28. Oslo 1973.
- [20] Richard Stone: "A Model of the Educational System" Minerva III, No. 2 (Winter 1965).